

# Spis treści

|                     |
|---------------------|
| Przedmowa / 11      |
| Wykaz oznaczeń / 13 |

---

|          |                                                               |
|----------|---------------------------------------------------------------|
| <b>1</b> | ROZDZIAŁ                                                      |
|          | Pojęcie sygnału. Matematyczne modele sygnałów fizycznych / 19 |

---

|          |                               |
|----------|-------------------------------|
| <b>2</b> | ROZDZIAŁ                      |
|          | Sygnały deterministyczne / 24 |

---

|       |                                                                    |
|-------|--------------------------------------------------------------------|
| 2.1   | Model deterministyczny sygnału fizycznego / 24                     |
| 2.2   | Parametry rzeczywistych sygnałów deterministycznych / 25           |
| 2.3   | Przykłady rzeczywistych sygnałów deterministycznych / 31           |
| 2.3.1 | Sygnały impulsowe o ograniczonej energii / 31                      |
| 2.3.2 | Sygnały o nieskończonym czasie trwania i ograniczonej energii / 33 |
| 2.3.3 | Sygnały nieokresowe o ograniczonej mocy średniej / 35              |
| 2.3.4 | Sygnały okresowe / 37                                              |
| 2.3.5 | Sygnały prawie okresowe / 38                                       |
| 2.3.6 | Sygnały dystrybucyjne / 39                                         |
| 2.4   | Sygnały zespolone / 48                                             |
| 2.5   | Rozkład sygnałów deterministycznych na składowe / 49               |
| 2.5.1 | Składowa rzeczywista i urojona / 49                                |
| 2.5.2 | Składowa stała i zmienna / 50                                      |
| 2.5.3 | Składowa parzysta i nieparzysta / 51                               |
| 2.6   | Przestrzenie sygnałów deterministycznych / 52                      |
| 2.6.1 | Sygnały jako elementy przestrzeni funkcyjnej / 52                  |
| 2.6.2 | Przestrzenie metryczne / 53                                        |
| 2.6.3 | Przestrzenie liniowe / 61                                          |
| 2.6.4 | Przestrzenie liniowe unormowane. Przestrzenie Banacha / 63         |
| 2.6.5 | Iloczyn skalarny. Przestrzenie Hilberta / 67                       |
| 2.7   | Analiza korelacyjna sygnałów deterministycznych / 72               |
| 2.7.1 | Porównywanie sygnałów deterministycznych / 72                      |

|   |       |                                                                                                  |
|---|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 | 2.7.2 | Porównywanie wektorów w przestrzeni $\mathcal{R}^n$ . Analogia między wektorami a sygnałami / 73 |
|   | 2.7.3 | Współczynniki korelacyjne sygnałów deterministycznych / 77                                       |
|   | 2.7.4 | Funkcje korelacyjne sygnałów deterministycznych / 80                                             |
|   | 2.8   | Splot / 91                                                                                       |
|   | 2.8.1 | Granice całki splotowej / 91                                                                     |
|   | 2.8.2 | Zbieżność całki splotowej / 94                                                                   |
|   | 2.8.3 | Właściwości splotu / 94                                                                          |

## 3

### ROZDZIAŁ

#### Metody analitycznego przedstawiania sygnałów deterministycznych / 96

|       |                                                                                                                               |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1   | Uwagi ogólne / 96                                                                                                             |
| 3.2   | Dyskretnie reprezentacje sygnałów deterministycznych / 97                                                                     |
| 3.2.1 | Aproksymacja sygnałów deterministycznych / 97                                                                                 |
| 3.2.2 | Przestrzenie liniowe $n$ -wymiarowe. Baza przestrzeni / 98                                                                    |
| 3.2.3 | Wyznaczanie reprezentacji sygnału w $n$ -wymiarowej przestrzeni unitarnej. Bazy ortonormalne / 100                            |
| 3.2.4 | Wyznaczanie reprezentacji sygnału w nieskończonej wymiarowej przestrzeni unitarnej. Zagadnienie najlepszej aproksymacji / 102 |
| 3.2.5 | Szereg Fouriera. Równość Parsevala / 108                                                                                      |
| 3.2.6 | Normalizacja bazy ortogonalnej / 112                                                                                          |
| 3.2.7 | Przykłady zbiorów ortonormalnych zupełnych / 113                                                                              |
| 3.3   | Ciągłe reprezentacje sygnałów deterministycznych / 131                                                                        |
| 3.3.1 | Koncepcja ogólna. Przekształcenia całkowite / 131                                                                             |
| 3.3.2 | Przekształcenie Fouriera / 134                                                                                                |
| 3.3.3 | Przekształcenie Hilberta. Sygnał analityczny / 135                                                                            |
| 3.3.4 | Przekształcenie Hankela. Kosinusowe i sinusowe przekształcenie Fouriera / 138                                                 |
| 3.3.5 | Przekształcenie Mellina. Przekształcenie Laplace'a / 140                                                                      |

## 4

### ROZDZIAŁ

#### Sygnały stochastyczne / 142

|       |                                                                  |
|-------|------------------------------------------------------------------|
| 4.1   | Podstawowe pojęcia probabilistyczne. Notacja / 142               |
| 4.2   | Pojęcie procesu stochastycznego / 160                            |
| 4.3   | Klasyfikacja sygnałów stochastycznych / 162                      |
| 4.4   | Opis sygnałów stochastycznych / 165                              |
| 4.4.1 | Koncepcja ogólna opisu / 165                                     |
| 4.4.2 | Łączna $n$ -wymiarowa funkcja gęstości prawdopodobieństwa / 166  |
| 4.4.3 | Wartość średnia. Funkcja autokorelacji / 168                     |
| 4.4.4 | Dwa sygnały stochastyczne. Funkcje korelacji wzajemnej / 171     |
| 4.5   | Różniczkowanie i całkowanie stochastyczne / 173                  |
| 4.6   | Sygnały stacjonarne / 175                                        |
| 4.6.1 | Sygnały ściśle stacjonarne i sygnały stacjonarne rzędu $n$ / 175 |
| 4.6.2 | Sygnały stacjonarne w szerszym sensie / 177                      |
| 4.6.3 | Interpretacja fizyczna parametrów sygnału stacjonarnego / 179    |
| 4.6.4 | Sygnały łącznie stacjonarne / 179                                |

- 4.7 Sygnały ergodyczne / 181
- 4.8 Sygnały stochastyczne zespolone / 187
- 4.9 Sygnały normalne / 190
- 4.10 Przykłady sygnałów stochastycznych / 196
- 4.10.1 Sygnały ciągłe z czasem ciągłym / 196
- 4.10.2 Sygnały dyskretne z czasem ciągłym / 206
- 4.10.2.1 Sygnały asynchroniczne / 206
- 4.10.2.2 Sygnały synchroniczne / 217

## 5 ROZDZIAŁ

Metody analitycznego przedstawiania sygnałów stochastycznych / 224

- 5.1 Uwagi ogólne / 224
- 5.2 Dyskretne reprezentacje sygnałów stochastycznych / 225
- 5.2.1 Zespolony szereg Fouriera sygnału okresowego w sensie średniokwadratowym / 225
- 5.2.2 Zespolony szereg Fouriera sygnału nieokresowego / 228
- 5.2.3 Rozwinięcie Karhunena-Loève'a / 231
- 5.2.4 Szereg Kotelnikowa-Shannona / 241
- 5.3 Ciągłe reprezentacje sygnałów stochastycznych / 241
- 5.3.1 Koncepcja ogólna / 241
- 5.3.2 Stochastyczne przekształcenie Fouriera / 242
- 5.3.3 Stochastyczne przekształcenie Hilberta. Stochastyczny sygnał analityczny / 244

## 6 ROZDZIAŁ

Analiza częstotliwościowa sygnałów deterministycznych / 245

- 6.1 Uwagi ogólne / 245
- 6.2 Przekształcenie Fouriera. Zagadnienia  $F$ -transformowalności i wzajemnej jednoznaczności / 247
- 6.3 Przekształcenie Fouriera w sensie granicznym / 252
- 6.4 Widmo sygnału / 253
- 6.5 Właściwości przekształcenia Fouriera / 256
- 6.5.1 Parzystość i nieparzystość sygnałów oraz widm / 256
- 6.5.2 Twierdzenia / 258
- 6.5.3 Opis parametrów sygnału w dziedzinie częstotliwościowej / 264
- 6.5.4 Ograniczenia widma amplitudowego sygnału / 266
- 6.6 Przykłady par transformat Fouriera / 269
- 6.6.1 Pary transformat Fouriera w sensie zwykłym / 269
- 6.6.2 Pary transformat Fouriera w sensie granicznym / 277
- 6.7 Przekształcenie Fouriera sygnału okresowego i jego związek z zespolonym szeregiem Fouriera / 285
- 6.7.1 Widmo sygnału okresowego i jego reprezentacje graficzne / 285
- 6.7.2 Związek między współczynnikami zespolonego szeregu Fouriera sygnału okresowego a transformatą Fouriera centralnego segmentu tego sygnału / 289
- 6.7.3 Właściwości zespolonego szeregu Fouriera / 290

- 8
- 6.7.4 Związki między zespolonym a rzeczywistymi trygonometrycznymi szeregami Fouriera sygnału okresowego / 293
  - 6.7.5 Zbieżność szeregu Fouriera. Efekt Gibbsa / 295
  - 6.8 Widmo sygnału prawie okresowego / 298
  - 6.9 Widmo gęstości energii i widmo gęstości mocy. Widma wzajemne / 300
  - 6.10 Przejście sygnału przez układ liniowy / 309
  - 6.10.1 Związki między charakterystykami sygnału na wejściu i wyjściu układu liniowego / 309
  - 6.10.2 Układ liniowy jako filtr. Filtry idealne / 313
  - 6.10.3 Związek między czasem narastania sygnału na wyjściu filtra dolnoprzepustowego a szerokością pasma przepustowego filtra / 317
  - 6.11 Zasada nieoznaczności / 320
  - 6.12 Sygnał analityczny. Koncepcja drgania uogólnionego / 323
  - 6.13 Twierdzenie o próbkowaniu / 331
  - 6.13.1 Wersja podstawowa / 331
  - 6.13.2 Dyskusja. Inne warianty twierdzenia o próbkowaniu / 338
  - 6.13.3 Odtwarzanie sygnału na podstawie próbek. Próbkowanie idealne / 343
  - 6.13.4 Numeryczne odtwarzanie sygnału na podstawie próbek / 345
- 

## 7

### ROZDZIAŁ

#### Analiza częstotliwościowa sygnałów stochastycznych / 347

---

- 7.1 Uwagi ogólne / 347
  - 7.2 Stochastyczne przekształcenie Fouriera w sensie granicznym / 348
  - 7.3 Charakterystyki częstotliwościowe sygnałów stochastycznych / 349
  - 7.3.1 Widmo gęstości mocy / 349
  - 7.3.2 Widma wzajemne gęstości mocy / 352
  - 7.3.3 Przykłady widma gęstości mocy sygnałów stochastycznych / 353
  - 7.3.4 Ergodyczność widma gęstości mocy / 360
  - 7.4 Przejście sygnału stochastycznego przez układ liniowy / 364
  - 7.4.1 Związki między charakterystykami sygnału na wejściu i wyjściu układu liniowego / 364
  - 7.4.2 Twierdzenie o superpozycji widma gęstości mocy / 367
  - 7.5 Stochastyczny sygnał analityczny. Drganie uogólnione / 368
  - 7.6 Twierdzenie o próbkowaniu sygnałów stochastycznych / 374
- 

## 8

### ROZDZIAŁ

#### Modulacja sygnałów / 379

---

- 8.1 Uwagi ogólne / 379
- 8.2 Systemy modulacji ciągłej / 385
- 8.2.1 Klasyfikacja systemów modulacji ciągłej / 385
- 8.2.2 Modulacja amplitudy / 388
- 8.2.2.1 System AM-SC / 388
- 8.2.2.2 System AM / 396
- 8.2.2.3 System SSB-SC / 403
- 8.2.2.4 System SSB / 410

---

|         |                                                                                               |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8.2.2.5 | Analityczna reprezentacja sygnału jednowstęgowego / 410                                       |
| 8.2.2.6 | Koncepcja iloczynowego operatora modulacji / 414                                              |
| 8.2.2.7 | Porównanie systemów modulacji amplitudy. System VSB z częściowo stłumioną wstęgą boczną / 417 |
| 8.2.3   | Modulacja kąta / 426                                                                          |
| 8.2.3.1 | System PM / 428                                                                               |
| 8.2.3.2 | System FM / 443                                                                               |
| 8.2.4   | Odporność na zakłócenia systemów modulacji ciągłej / 450                                      |
| 8.3     | Systemy modulacji impulsowej / 454                                                            |
| 8.3.1   | Klasyfikacja systemów modulacji impulsowej / 454                                              |
| 8.3.2   | System PAM. Próbkowanie naturalne i próbkowanie chwilowe / 456                                |
| 8.3.3   | Systemy PDM i PPM / 464                                                                       |
| 8.3.4   | System PCM / 468                                                                              |
| 8.4     | Zwielokrotnienie częstotliwościowe i zwielokrotnienie czasowe / 479                           |

---

Wykaz literatury / 487

Skorowidz / 489