

# SPIS TREŚCI

|                                                                                               | str.       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| WYKAZ OZNACZEŃ .....                                                                          | 5          |
| WSTĘP .....                                                                                   | 7          |
| <b>1. PODSTAWOWE POJĘCIA TEORII STABILNOŚCI .....</b>                                         | <b>9</b>   |
| 1.1. Twierdzenia i ogólne rozwiązanie równania różniczkowego .....                            | 9          |
| 1.2. Metody rozwiązywania nieliniowych równań różniczkowych .....                             | 12         |
| 1.2.1. <i>Metoda linearyzacji i całka Duhamela</i> .....                                      | 12         |
| 1.2.2. <i>Metoda perturbacyjna małego parametru Poincare</i> .....                            | 14         |
| 1.2.3. <i>Metoda uśredniania Kryłowa – Bogoliubowa – Mitropolskiego</i> .....                 | 18         |
| 1.2.4. <i>Metoda iteracyjna</i> .....                                                         | 20         |
| 1.3. Pojęcie stabilności w układach dynamicznych .....                                        | 22         |
| 1.4. Punkty osobliwe i izolinie w przestrzeni stanu .....                                     | 24         |
| 1.5. Klasyfikacja punktów osobliwych równań różniczkowych .....                               | 26         |
| 1.6. Stabilność rozwiązań autonomicznych układów nieliniowych .....                           | 34         |
| <b>2. KRYTERIA STABILNOŚCI UKŁADÓW W SENSIE LAPUNOWA</b>                                      |            |
| <b>I STABILNOŚĆ ORBITALNA POINCARÉ .....</b>                                                  | <b>37</b>  |
| 2.1. Definicja i twierdzenia o stabilności w sensie Lagunowa .....                            | 37         |
| 2.2. Kryteria stabilności w sensie Lagunowa .....                                             | 41         |
| 2.3. Przykłady badania stabilności układów w sensie Lagunowa .....                            | 45         |
| 2.4. Stabilność orbitalna Poincaré i jej kryteria .....                                       | 51         |
| 2.4.1. <i>Równanie wariacyjne i jego stabilność</i> .....                                     | 51         |
| 2.4.2. <i>Stabilność orbitalna i kryterium Poincaré</i> .....                                 | 52         |
| 2.4.3. <i>Stabilność warunkowa i twierdzenie Poincaré</i> .....                               | 55         |
| 2.5. Kryterium całkowite stabilności Lagunowa .....                                           | 60         |
| 2.6. Geometryczne kryterium Michajłowa i izolinie na płaszczyźnie .....                       | 66         |
| <b>3. TEORIA FLOQUETA I STABILNOŚĆ PARAMETRYCZNA RÓWNAŃ</b>                                   |            |
| <b>MATHIEU .....</b>                                                                          | <b>78</b>  |
| 3.1. Stabilność równań okresowych w teorii Floqueta. Multiplikatory .....                     | 78         |
| 3.2. Warunki stabilności rozwiązań okresowych układu dwuwymiarowego .....                     | 83         |
| 3.3. Stabilność rozwiązań okresowych układów quasi-harmonicznych .....                        | 86         |
| 3.4. Równanie różniczkowe Mathieu i jego rozwiązanie metodą szeregów trygonometrycznych ..... | 88         |
| 3.5. Stabilność parametryczna równania Mathieu .....                                          | 91         |
| 3.6. Niejednorodne równanie Mathieu i rezonans parametryczny .....                            | 92         |
| 3.7. Badania numeryczne drgań parametrycznych i rezonansowych .....                           | 98         |
| <b>4. BIFURKACJE W UKŁADACH DYNAMICZNYCH .....</b>                                            | <b>107</b> |
| 4.1. Bifurkacje i cykle graniczne w układach nieliniowych .....                               | 107        |
| 4.2. Bifurkacje i stabilność modelu Poincaré .....                                            | 114        |
| 4.3. Równanie różniczkowe Duffinga, jego własności i stabilność .....                         | 119        |
| 4.4. Równanie van der Pola i stabilność drgań samowzbudnych .....                             | 128        |

|                                                                                                                    |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.4.1. Równanie van der Pola i jego rozwiązanie metodą małego parametru.....                                       | 128        |
| 4.4.2. Niejednorodne równanie van der Pola i drgania wymuszone .....                                               | 130        |
| 4.4.3. Badanie bifurkacji i wyznaczenie cyklu granicznego równania<br>van der Pola .....                           | 132        |
| 4.5. Analiza stabilności ruchu wahadła fizycznego.....                                                             | 137        |
| 4.6. Bifurkacje w modelu przestrzennym i przekroje płaszczyznowe .....                                             | 142        |
| <b>5. BADANIE DRGAŃ PARAMETRYCZNO-SAMOWZBUDNYCH.....</b>                                                           | <b>148</b> |
| 5.1. Założenia modelowe.....                                                                                       | 148        |
| 5.2. Model matematyczny ruchu taśmy bez końca.....                                                                 | 148        |
| 5.3. Warunki stateczności ruchu taśmy .....                                                                        | 151        |
| 5.4. Drgania parametryczne i samowzbudne taśmy .....                                                               | 153        |
| 5.5. Wyniki obliczeń numerycznych drgań parametrycznych .....                                                      | 155        |
| 5.6. Analiza drgań parametrycznych wymuszonych taśmy podczas cięcia .....                                          | 162        |
| 5.6.1. Wyniki obliczeń dla wymuszenia impulsowego .....                                                            | 164        |
| 5.6.2. Drgania wymuszone harmonicznie z częstością ruchu .....                                                     | 166        |
| 5.7. Analiza drgań parametryczno-samowzbudnych taśmy przy uwzględnieniu<br>tarcia poślizgowego podczas cięcia..... | 174        |
| 5.8. Wyniki obliczeń numerycznych drgań parametryczno-samowzbudnych .....                                          | 178        |
| <b>6. BADANIE STABILNOŚCI RUCHU ZESTAWU KOŁOWEGO JAKO UKŁADU<br/>NIEHOLONOMICZNEGO .....</b>                       | <b>189</b> |
| 6.1. Założenia i model fizyczny wózka oraz zestawu kołowego.....                                                   | 189        |
| 6.2. Określenie poślizgów kół, sił tarcia poślizgowego oraz sił kontaktowych .....                                 | 190        |
| 6.3. Różniczkowe równania ruchu zestawu kołowego.....                                                              | 196        |
| 6.3.1. Metoda równań Lagrange'a II rodzaju układu bez więzów .....                                                 | 196        |
| 6.3.2. Metoda równań Lagrange'a I rodzaju z więzami nieholonomicznymi .....                                        | 197        |
| 6.3.3. Metoda równań Boltzmanna-Hamela .....                                                                       | 198        |
| 6.4. Analiza ruchu ustalonego wózka .....                                                                          | 202        |
| 6.5. Analiza stabilności ruchu układu autonomicznego wózka.....                                                    | 203        |
| 6.6. Wyniki obliczeń modelu Kalkera wózka w ruchu ustalonym i podczas<br>hamowania.....                            | 213        |
| <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>                                                                                          | <b>231</b> |