

SPIS TREŚCI

Wstęp	7
1. Układy równań	11
1.1. Macierze i wyznaczniki [1]	11
1.2. Metody dokładne rozwiązywania układów równań [2, 3, 5, 7, 8, 10]	25
1.2.1. Wzory Cramera	28
1.2.2. Metoda Thomasa dla układów trójkątnych	28
1.2.3. Algorytm rozwiązywania pięcioprzekątniowych układów równań	32
1.2.4. Metoda eliminacji Gaussa	33
1.2.5. Metoda Banachiewicza	40
1.3. Metody iteracyjne [3, 5, 7, 9]	45
1.3.1. Iteracja prosta	49
1.3.2. Metoda Gaussa–Seidla	50
1.3.3. Metoda nadrelaksacji	54
1.3.4. Metoda Richardsona	55
1.4. Metody rozwiązywania układów równań nieliniowych [2, 3, 5, 10]	56
1.4.1. Metoda Newtona	57
1.4.2. Modyfikacje metody Newtona	63
Literatura	65
2. Interpolacja	66
2.1. Definicja interpolacji	66
2.2. Interpolacja wielomianowa (wielomiany w postaci naturalnej)	68
2.3. Interpolacja Lagrange’a	69
2.4. Różnice skończone	72
2.5. Wzory interpolacyjne dla argumentów równoodległych	74
2.6. Oszacowanie błędu interpolacji	78
2.7. Wielomiany Czebyszewa, wzór interpolacyjny Czebyszewa	80
2.8. Interpolacja trygonometryczna [1, 3]	84
2.9. Interpolacyjne wielomianowe funkcje gięte	86
2.9.1. Konstrukcja funkcji giętej	86
2.9.2. B-splajny	90
2.9.3. Wyrażanie splajnów przez wartości drugich pochodnych w węzłach interpolacji (momenty M_i)	95
2.10. Pewne problemy interpolacji funkcji dwóch zmiennych	99
Literatura	101

3. Przybliżone metody rozwiązywania równań	103
3.1. Metody kolejnych przybliżeń	103
3.1.1. Metoda bisekcji	104
3.1.2. Metoda cięciw	106
3.1.3. Metoda stycznych (Newtona)	109
3.1.4. Oszacowanie błędu metody cięciw i metody stycznych	114
3.1.5. Metoda iteracji dla równania $x = \varphi(x)$	115
3.1.6. Metody rozwiązywania równań stopnia trzeciego [2]	118
3.1.7. Metoda Warmusa dla równań stopnia czwartego [2]	122
3.2. Wartości własne i wektory własne macierzy	125
3.2.1. Metody transformacyjne	128
3.2.2. Metody iteracyjne [3]	145
Literatura	150
 4. Całkowanie i różniczkowanie	 151
4.1. Kwadratury interpolacyjne	151
4.1.1. Metoda prostokątów	152
4.1.2. Oszacowanie błędu metody prostokątów	153
4.1.3. Metoda trapezów	154
4.1.4. Metoda Simpsona	156
4.2. Wzory Cotesa	156
4.3. Kwadratury Gaussa [1, 2, 3]	158
4.4. Kubatury Gaussa	162
4.4.1. Całka podwójna po trójkącie	163
4.4.2. Całka podwójna po czworokącie	167
4.4.3. Całka powierzchniowa nieskierowana - całkowanie po trójkącie	169
4.4.4. Całka powierzchniowa nieskierowana - całkowanie po czworokącie	171
4.5. Przybliżone obliczanie całek potrójnych	172
4.6. Metoda Monte Carlo	176
4.7. Różniczkowanie numeryczne	180
4.7.1. Wykorzystanie rozwinięcia funkcji w szereg potęgowy	180
4.7.2. Różniczkowanie na podstawie wzorów interpolacyjnych	189
Literatura	199
 5. Aproksymacja funkcji	 200
5.1. Definicje, pojęcia podstawowe	200
5.2. Metoda najmniejszych kwadratów	203
5.2.1. Aproksymacja liniowa funkcji jednej zmiennej	204
5.2.2. Funkcja jednej zmiennej liniowa względem parametrów	212
5.2.3. Aproksymacja liniowa funkcji dwóch zmiennych	216

5.2.4. Aproksymacja liniowa funkcji wielu zmiennych	220
5.2.5. Funkcja wielu zmiennych liniowa względem parametrów	222
5.3. Oszacowanie jakości aproksymacji	224
5.3.1. Badanie istotności liniowej jednowymiarowej funkcji regresji	225
5.3.2. Badanie istotności wielowymiarowej funkcji regresji	230
Literatura	234

6. Metody przybliżonego rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych	235
6.1. Rozwiązywanie równań za pomocą szeregów	235
6.1.1. Metoda współczynników nieoznaczonych	235
6.1.2. Metody kolejnego różniczkowania (metoda jednego punktu)	238
6.1.3. Metoda kolejnych przybliżeń Picarda	240
6.2. Dyskretne metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych	242
6.2.1. Metoda łamanych	243
6.2.2. Ulepszenia metody łamanych	244
6.2.3. Oszacowanie błędu metod Eulera	248
6.2.4. Wzory Rungego—Kutty	250
6.2.5. Metody wielokrokowe dla równań różniczkowych pierwszego rzędu	253
Literatura	257

7. Metoda różnic skończonych	258
7.1. Metoda różnic skończonych dla zagadnień początkowych	261
7.2. Metoda różnic skończonych dla zadań brzegowych (1D)	264
7.3. Metoda różnic skończonych dla zadań brzegowych (2D)	269
7.4. MRS dla zadań brzegowo-początkowych (1D i 2D)	275
7.5. MRS dla nieliniowych zadań brzegowo-początkowych	285
7.6. Dołączanie warunków brzegowych	289
7.7. Uogólniona metoda różnic skończonych [3]	295
Literatura	306

8. Metoda elementów skończonych	307
8.1. Metoda odchyłek ważonych	307
8.2. MES dla ustalonego przepływu ciepła w płycie (zadanie 1D)	309
8.3. MES dla ustalonego przepływu ciepła w walcu i kuli (zadania 1D)	320
8.4. MES dla nieustalonego przepływu ciepła (zadania 1D)	327
8.5. Metoda elementów skończonych w zadaniach 2D	336
8.6. Metoda elementów skończonych dla obszarów osiowosymetrycznych	351
Literatura	358

9. Metoda elementów brzegowych	359
9.1. MEB dla stanów ustalonych (zadania 1D)	359
9.2. MEB dla stanów ustalonych (zadania 2D)	371
9.3. MEB dla stanów nieustalonych (zadania 1D)	388
9.3.1. I schemat MEB	392
9.3.2. II schemat MEB	399
9.3.3. MEB z dyskretyzacją czasu	405
9.4. MEB dla stanów nieustalonych (zadania 2D)	411
9.4.1. I schemat MEB	414
9.4.2. II schemat MEB	422
9.4.3. MEB z dyskretyzacją czasu	427
Literatura	434
10. Wybrane zagadnienia modelowania krzywych płaskich	435
10.1. Zadanie interpolacyjne Lagrange'a	435
10.2. Wielomiany Bernsteina, krzywe Beziera	422
10.3. Funkcje B-sklejane, krzywe B-sklejane	457
10.4. Krzywe NURBS	472
Literatura	474