

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń XVII Przedmowa XXI

CZĘŚĆ I

Podstawy przewodzenia ciepła 1

1. Prawo Fouriera 2

LITERATURA 5

2. Równania bilansu masy i energii 6

- 2.1. Równanie bilansu masy dla ciała stałego poruszającego się z zadaną prędkością 6
- 2.2. Równanie bilansu energii wewnętrznej 9
- 2.2.1. Równanie bilansu energii w trzech podstawowych układach współrzędnych 12
- 2.3. Hiperboliczne równanie przewodzenia ciepła 15
- 2.4. Warunki początkowe i brzegowe 17
- 2.4.1. Warunki brzegowe I rodzaju (warunki Dirichleta) 18
- 2.4.2. Warunki brzegowe II rodzaju (warunki von Neumanna) 18
- 2.4.3. Warunki brzegowe III rodzaju 19
- 2.4.4. Warunki brzegowe IV rodzaju 20
- 2.4.5. Nieliniowe warunki brzegowe 21
- 2.4.6. Warunki brzegowe na granicy faz 23

LITERATURA 25

3. Uproszczenia równań nieustalonego przewodzenia ciepła i warunków brzegowych 27

- 3.1. Linearyzacja równania przewodzenia ciepła 27
- 3.2. Przestrzenne uśrednianie temperatury 29

- 3.2.1. Model ciała o skupionej pojemności cieplnej 30
- 3.2.2. Równanie przewodzenia ciepła w żebrze prostym o stałej grubości 31
- 3.2.3. Równanie przewodzenia ciepła w żebrze okrągłym o stałej grubości 33
- 3.2.4. Równanie przewodzenia ciepła w pręcie lub przewodzie o przekroju kołowym poruszającym się ze stałą prędkością 35

LITERATURA 37

4. Zamiana równania przewodzenia ciepła na układ dwóch równań 38

- 4.1. Ustalone przewodzenie ciepła w żebrze okrągłym o zmiennych współczynnikach przewodzenia i wnikania ciepła 38
- 4.2. Jednowymiarowe odwrotne zagadnienie nieustalonego przewodzenia ciepła 40

LITERATURA 43

5. Zamiana zmiennych 44

LITERATURA 47

CZĘŚĆ II

Zadania. Rozwiązywanie zagadnień przewodzenia ciepła 49

6. Podstawy przekazywania ciepła 50

- ZADANIE 6.1. Prawo Fouriera w cylindrycznym układzie współrzędnych 51
- ZADANIE 6.2. Zastępczy współczynnik wnikania ciepła, uwzględniający wymianę ciepła przez konwekcję i promieniowanie 52
- ZADANIE 6.3. Przenikanie ciepła przez ściankę płaską jednowarstwową i dwuwarstwową 54
- ZADANIE 6.4. Współczynnik przenikania i strat ciepła przez ściankę rurociągu 57
- ZADANIE 6.5. Krytyczna grubość izolacji na powierzchni zewnętrznej rury 59
- ZADANIE 6.6. Temperatura rury ekranowej kotła 62
- ZADANIE 6.7. Quasi-ustalony rozkład temperatury i naprężeń w ściance rurociągu 65
- ZADANIE 6.8. Rozkład temperatury w ścianie płaskiej przy stałym i zależnym od temperatury współczynniku przewodności cieplnej 67
- ZADANIE 6.9. Wyznaczanie gęstości strumienia ciepła na podstawie pomiaru temperatury w dwóch punktach czujnikiem płaskim i cylindrycznym 71
- ZADANIE 6.10. Wyznaczanie gęstości strumienia ciepła za pomocą czujnika Gardona o zależnym od temperatury współczynniku przewodności cieplnej 74
- ZADANIE 6.11. Jednowymiarowy ustalony rozkład temperatury w płycie wywołany równomiernie rozłożonymi objętościowymi źródłami ciepła 77
- ZADANIE 6.12. Jednowymiarowy ustalony rozkład temperatury w rurze wywołany równomiernie rozłożonymi objętościowymi źródłami ciepła 79
- ZADANIE 6.13. Odwrotne zagadnienie ustalonego przewodzenia ciepła dla rury 82
- ZADANIE 6.14. Ogólne równanie przewodzenia ciepła w żebrach 84
- ZADANIE 6.15. Rozkład temperatury i sprawność żebra prostego o stałej grubości 86
- ZADANIE 6.16. Błąd pomiaru temperatury za pomocą termoelementu umieszczonego w stalowej obudowie, spowodowany przewodzeniem ciepła przez obudowę 89

- ZADANIE 6.17. Rozkład temperatury i sprawność żebra okrągłego o stałej grubości 92
- ZADANIE 6.18. Przybliżone obliczanie sprawności żebra okrągłego 95
- ZADANIE 6.19. Obliczanie sprawności żeber kwadratowych i sześciokątnych 96
- ZADANIE 6.20. Obliczanie sprawności żeber sześciokątnych metodą równoważnego żebra okrągłego i metodą sektorową 99
- ZADANIE 6.21. Obliczanie sprawności żeber prostokątnych 105
- ZADANIE 6.22. Współczynnik przenikania ciepła w wymiennikach o powierzchniach rozwiniętych 106
- ZADANIE 6.23. Obliczanie współczynnika przenikania ciepła w wymienniku lamelowym 111
- ZADANIE 6.24. Współczynnik przenikania ciepła dla rury wzdłużnie ożebrowanej z warstwą osadu na powierzchni wewnętrznej 112
- ZADANIE 6.25. Współczynnik przenikania ciepła dla rury poprzecznie ożebrowanej 116
- ZADANIE 6.26. Wyznaczanie jednowymiarowego rozkładu temperatury w ścianie płaskiej metodą objętości skończonej 119
- ZADANIE 6.27. Wyznaczanie jednowymiarowego rozkładu temperatury w ścianie cylindrycznej metodą objętości skończonej 124
- ZADANIE 6.28. Odwrotne zagadnienie ustalonego przewodzenia ciepła dla rury rozwiązane metodą kroczącą 128
- ZADANIE 6.29. Rozkład temperatury i sprawność żebra okrągłego o zależnym od temperatury współczynnika przewodności cieplnej 131
- LITERATURA 135

7. Dwuwymiarowe ustalone przewodzenie ciepła. Rozwiązania analityczne 137

- ZADANIE 7.1. Rozkład temperatury w nieskończenie długim żebrze o stałej grubości 137
- ZADANIE 7.2. Rozkład temperatury w żebrze prostym o stałej grubości i izolowanym wierzchołku 141
- ZADANIE 7.3. Obliczanie rozkładu temperatury i gęstości strumienia ciepła w żebrze prostym o stałej grubości i izolowanym wierzchołku 144
- ZADANIE 7.4. Rozkład temperatury w rurze ekranowej kotła 152
- LITERATURA 156

8. Analityczne metody przybliżone. Całkowa metoda bilansu cieplnego 157

- ZADANIE 8.1. Rozkład temperatury w przekroju pręta prostokątnego 157
- ZADANIE 8.2. Rozkład temperatury w nieskończenie długim żebrze o stałej grubości 159
- ZADANIE 8.3. Wyznaczanie rozkładu temperatury w rurze ekranowej kotła za pomocą metody funkcjonalnych poprawek 161
- LITERATURA 165

9. Dwuwymiarowe ustalone przewodzenie ciepła.

Metoda graficzna 166

- ZADANIE 9.1. Gradient temperatury i strumień ciepła przekazywany przez powierzchnię 166
- ZADANIE 9.2. Ortogonalność linii stałej temperatury i stałej gęstości strumienia ciepła 168
- ZADANIE 9.3. Wyznaczanie strumienia ciepła między powierzchniami izotermicznymi 171

- ZADANIE 9.4.** Wyznaczanie strat ciepła od spalin do otoczenia przez ścianę komina; kanał spalinowy o przekroju kwadratowym 174
- ZADANIE 9.5.** Wyznaczanie strat ciepła od spalin do otoczenia przez ścianę komina; kanał spalinowy o przekroju kołowym 176
- LITERATURA** 177

10. Ustalone zagadnienie dwuwymiarowe. Współczynnik kształtu 178

- ZADANIE 10.1.** Przepływ ciepła od zakopanej rury do powierzchni ziemi 178
- ZADANIE 10.2.** Ogrzewanie podłogowe 180
- ZADANIE 10.3.** Temperatura zbiornika z odpadami radioaktywnymi zakopanego pod powierzchnią gruntu 181
- LITERATURA** 182

11. Rozwiązywanie zagadnień ustalonego przewodzenia ciepła za pomocą metod numerycznych 183

- ZADANIE 11.1.** Opis metody objętości kontrolnej (skończonej) 184
- ZADANIE 11.2.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w kwadratowym przekroju poprzecznym długiego pręta metodą objętości skończonej 188
- ZADANIE 11.3.** Dwuwymiarowe odwrotne zagadnienie ustalonego przewodzenia ciepła 193
- ZADANIE 11.4.** Opis metody Gaussa–Seidela i metody nadrelaksacji 198
- ZADANIE 11.5.** Wyznaczanie dwuwymiarowego rozkładu temperatury w żebrze prostym o stałej grubości metodą objętości skończonej 202
- ZADANIE 11.6.** Wyznaczanie dwuwymiarowego rozkładu temperatury w przekroju poprzecznym komina o przekroju kwadratowym 209
- ZADANIE 11.7.** Pseudonieustalone wyznaczanie ustalonego rozkładu temperatury w przekroju poprzecznym komina o przekroju kwadratowym z uwzględnieniem wymiany ciepła przez konwekcję i promieniowanie na powierzchni zewnętrznej komina 215
- ZADANIE 11.8.** Opis metody elementów skończonych 224
- ZADANIE 11.9.** Liniowe funkcje interpolujące rozkład temperatury (funkcje kształtu) wewnątrz elementów trójkątnych i prostokątnych 228
- ZADANIE 11.10.** Opis MES opartej na metodzie Galerkina 232
- ZADANIE 11.11.** Wyznaczanie macierzy przewodności dla elementu prostokątnego i trójkątnego 239
- ZADANIE 11.12.** Wyznaczanie macierzy $[K_a^e]$ uwzględniającej konwekcyjne warunki brzegowe dla elementu prostokątnego i trójkątnego 242
- ZADANIE 11.13.** Wyznaczanie wektora $\{f_Q^e\}$ uwzględniającego objętościowe i punktowe źródła ciepła w elemencie prostokątnym lub trójkątnym 246
- ZADANIE 11.14.** Wyznaczanie wektorów $\{f_q^e\}$ i $\{f_a^e\}$ uwzględniających warunki brzegowe II i III rodzaju na brzegu elementu prostokątnego lub trójkątnego 249
- ZADANIE 11.15.** Opis sposobów budowania globalnego układu równań w MES 252
- ZADANIE 11.16.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w przekroju nieskończenie długiego pręta o przekroju kwadratowym za pomocą MES, w której globalny układ równań jest budowany sposobem I (z zad. 11.15) 257

- ZADANIE 11.17.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w nieskończenie długim pręcie o przekroju kwadratowym za pomocą MES, w której globalny układ równań jest budowany sposobem II (z zad. 11.15) 264
- ZADANIE 11.18.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w przekroju kwadratowym nieskończenie długiego pręta, w którym działają objętościowe źródła ciepła, za pomocą MES 267
- ZADANIE 11.19.** Wyznaczanie dwuwymiarowego rozkładu temperatury w żebrze prostym o stałej grubości, za pomocą MES 277
- ZADANIE 11.20.** Wyznaczanie dwuwymiarowego rozkładu temperatury za pomocą MES, w żebrze prostym o stałej grubości (z wykorzystaniem programu ANSYS) 289
- ZADANIE 11.21.** Wyznaczanie dwuwymiarowego rozkładu temperatury za pomocą MES, w żebrze sześciokątnym o stałej grubości (z wykorzystaniem programu ANSYS) 292
- ZADANIE 11.22.** Wyznaczanie osiowosymetrycznego rozkładu temperatury za pomocą MES, w kołku walcowym i stożkowym (z wykorzystaniem programu ANSYS) 295
- LITERATURA 299

12. Bilansowa metoda elementów skończonych i metoda elementów brzegowych 300

- ZADANIE 12.1.** Opis bilansowej metody elementów skończonych 300
- ZADANIE 12.2.** Opis metody elementów brzegowych 305
- ZADANIE 12.3.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w obszarze kwadratowym za pomocą bilansowej MES 314
- ZADANIE 12.4.** Wyznaczanie rozkładu temperatury w obszarze kwadratowym metodą elementów brzegowych 318
- LITERATURA 321

13. Nieustalona wymiana ciepła między ciałem o skupionej pojemności cieplnej i otoczeniem 322

- ZADANIE 13.1.** Wymiana ciepła między ciałem o skupionej pojemności cieplnej i otoczeniem 322
- ZADANIE 13.2.** Wymiana ciepła między ciałem o skupionej pojemności cieplnej i otoczeniem o temperaturze zależnej od czasu 325
- ZADANIE 13.3.** Wyznaczanie przebiegu temperatury ciała o skupionej pojemności cieplnej, gdy temperatura czynnika zmienia się okresowo 328
- ZADANIE 13.4.** Zagadnienie odwrotne: wyznaczanie temperatury czynnika na podstawie czasowego przebiegu temperatury wskazywanej przez termometr 329
- ZADANIE 13.5.** Obliczanie dynamicznego błędu pomiaru temperatury za pomocą termoelementu 331
- ZADANIE 13.6.** Wyznaczanie czasu ochładzania ciała do danej temperatury 333
- ZADANIE 13.7.** Błąd pomiaru temperatury czynnika, którego temperatura zmienia się ze stałą prędkością 334
- ZADANIE 13.8.** Błąd pomiaru temperatury czynnika, którego temperatura zmienia się okresowo 335

- ZADANIE 13.9.** Zagadnienie odwrotne: obliczanie temperatury czynnika, którego temperatura zmienia się okresowo, na podstawie czasowego przebiegu temperatury wskazywanej przez termometr 336
- ZADANIE 13.10.** Pomiar gęstości strumienia ciepła 338
- LITERATURA** 340

14. Nieustalone przewodzenie ciepła w półprzestrzeni 341

- ZADANIE 14.1.** Przekształcenie Laplace’a 341
- ZADANIE 14.2.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w półprzestrzeni przy skokowym wzroście temperatury powierzchni 344
- ZADANIE 14.3.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w półprzestrzeni przy skokowym wzroście gęstości strumienia ciepła 346
- ZADANIE 14.4.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w półprzestrzeni przy skokowym wzroście temperatury czynnika 348
- ZADANIE 14.5.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w półprzestrzeni, gdy temperatura powierzchni zależy od czasu 352
- ZADANIE 14.6.** Wyprowadzenie wzoru na quasi-ustalone pole temperatury w półprzestrzeni, gdy temperatura powierzchni zmienia się okresowo 354
- ZADANIE 14.7.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę stykających się dwóch ciał półnieskończonych 362
- ZADANIE 14.8.** Głębokość penetracji ciepła 363
- ZADANIE 14.9.** Obliczanie temperatury powierzchni płyty przy założeniu, że płyta jest ciałem półnieskończonym 365
- ZADANIE 14.10.** Obliczanie temperatury gruntu na określonej głębokości 366
- ZADANIE 14.11.** Obliczanie głębokości penetracji ciepła w ścianie silnika spalinowego 367
- ZADANIE 14.12.** Obliczanie quasi-ustalonej temperatury gruntu na określonej głębokości, gdy temperatura powierzchni zmienia się okresowo 368
- ZADANIE 14.13.** Obliczanie temperatury powierzchni na styku dwóch przedmiotów 370
- LITERATURA** 371

15. Nieustalone przewodzenie ciepła w ciałach o prostych kształtach 372

- ZADANIE 15.1.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w płycie przy warunkach brzegowych III rodzaju 372
- ZADANIE 15.2.** Program do obliczania rozkładu temperatury i szybkości jej zmian w płycie przy warunkach brzegowych III rodzaju 381
- ZADANIE 15.3.** Obliczanie temperatury powierzchni płyty oraz temperatury średniej na grubości przy użyciu załączonych do zadania wykresów 385
- ZADANIE 15.4.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w nieskończeniu długim cylindrze przy warunkach brzegowych III rodzaju 389
- ZADANIE 15.5.** Program do obliczania rozkładu temperatury i szybkości jej zmian w nieskończeniu długim cylindrze przy warunkach brzegowych III rodzaju 399
- ZADANIE 15.6.** Obliczanie temperatury w nieskończeniu długim cylindrze przy użyciu załączonych do zadania wykresów 403
- ZADANIE 15.7.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w kuli przy warunkach brzegowych III rodzaju 406

- ZADANIE 15.8.** Program do obliczania rozkładu temperatury i szybkości jej zmian w kuli przy warunkach brzegowych III rodzaju 414
- ZADANIE 15.9.** Obliczanie temperatury kuli przy użyciu załączonych do zadania wykresów 418
- ZADANIE 15.10.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w płycie przy warunkach brzegowych II rodzaju 422
- ZADANIE 15.11.** Program i wyniki obliczeń rozkładu temperatury w płycie przy warunkach brzegowych II rodzaju 427
- ZADANIE 15.12.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w nieskończenie długim cylindrze przy warunkach brzegowych II rodzaju 430
- ZADANIE 15.13.** Program i wyniki obliczeń rozkładu temperatury w nieskończenie długim cylindrze przy warunkach brzegowych II rodzaju 434
- ZADANIE 15.14.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w kuli przy warunkach brzegowych II rodzaju 438
- ZADANIE 15.15.** Program i wyniki obliczeń rozkładu temperatury w kuli przy warunkach brzegowych II rodzaju 442
- ZADANIE 15.16.** Obliczenia nagrzewania płyty grubościennnej w piecu 446
- ZADANIE 15.17.** Obliczenia nagrzewania stalowego wału w piecu 447
- ZADANIE 15.18.** Wyznaczanie przebiegu naprężeń cieplnych w cylindrze i kuli 449
- ZADANIE 15.19.** Obliczanie temperatury i szybkości zmian temperatury w kuli 450
- ZADANIE 15.20.** Obliczanie grubości czujnika do pomiaru gęstości strumienia ciepła 451
- LITERATURA** 453

16. Metoda superpozycji w jednowymiarowych zagadnieniach niustalonego przewodzenia ciepła 454

- ZADANIE 16.1.** Wyprowadzenie całki Duhamela 454
- ZADANIE 16.2.** Wyprowadzenie wzoru analitycznego na temperaturę powierzchni półprzestrzeni przy liniowej zmianie temperatury czynnika w funkcji czasu 458
- ZADANIE 16.3.** Wyprowadzenie wzoru przybliżonego na temperaturę powierzchni półprzestrzeni przy dowolnej zmianie temperatury czynnika w funkcji czasu 461
- ZADANIE 16.4.** Wyprowadzenie wzoru przybliżonego na temperaturę powierzchni półprzestrzeni przy liniowej zmianie temperatury czynnika w funkcji czasu 464
- ZADANIE 16.5.** Zastosowanie metody superpozycji przy nierównomiernej początkowej temperaturze ciała 466
- ZADANIE 16.6.** Opis metody superpozycji w zastosowaniu do zagadnień wymiany ciepła przy zależnych od czasu warunkach brzegowych 469
- ZADANIE 16.7.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę powierzchni półprzestrzeni przy zmianie gęstości strumienia ciepła na powierzchni w formie trójkątnego pulsu 472
- ZADANIE 16.8.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę powierzchni półprzestrzeni przy mieszanym skokowo zmiennym w czasie warunku brzegowym 475
- ZADANIE 16.9.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę powierzchni płyty przy zmianie gęstości strumienia ciepła na powierzchni w formie trójkątnego pulsu i obliczenie tej temperatury 479

- ZADANIE 16.10.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę powierzchni płyty przy zmianie gęstości strumienia ciepła na powierzchni w formie prostokątnego pulsu i obliczenie tej temperatury 484
- ZADANIE 16.11.** Program i wyniki obliczeń temperatury powierzchni półprzestrzeni przy zmianie gęstości strumienia ciepła na powierzchni w formie trójkątnego pulsu 487
- ZADANIE 16.12.** Obliczenie temperatury półprzestrzeni przy mieszanym skokowo zmiennym w czasie warunku brzegowym 490
- ZADANIE 16.13.** Obliczanie temperatury powierzchni płyty metodą superpozycji przy użyciu wykresów 491
- ZADANIE 16.14.** Obliczanie temperatury papieru w kopiarce elektrostatycznej 493
- LITERATURA 496

17. Nieustalone przewodzenie ciepła w ciele półnieskończonym – zagadnienie odwrotne 498

- ZADANIE 17.1.** Opis nieustalonej metody pomiaru współczynnika wnikania ciepła 498
- ZADANIE 17.2.** Wyprowadzenie wzoru na gęstość strumienia ciepła na podstawie zmierzonego przebiegu temperatury powierzchni półprzestrzeni interpolowanego linią łamaną 502
- ZADANIE 17.3.** Wyprowadzenie wzoru na gęstość strumienia ciepła na podstawie zmierzonego i aproksymowanego wielomianem przebiegu temperatury powierzchni półprzestrzeni 505
- ZADANIE 17.4.** Wyprowadzenie wzoru na gęstość strumienia ciepła okresowo zmiennego w czasie na podstawie zmierzonego przebiegu temperatury w punkcie położonym pod powierzchnią półprzestrzeni 506
- ZADANIE 17.5.** Wyprowadzenie wzoru na gęstość strumienia ciepła na podstawie zmierzonego przebiegu temperatury powierzchni półprzestrzeni, aproksymowanego funkcją liniową i kwadratową 511
- ZADANIE 17.6.** Wyznaczanie metodą nieustaloną współczynnika wnikania ciepła na powierzchni płyty z pleksiglasu 512
- ZADANIE 17.7.** Wyznaczanie gęstości strumienia ciepła na podstawie zmierzonego przebiegu czasowego temperatury półprzestrzeni, przybliżonego linią łamaną 515
- ZADANIE 17.8.** Wyznaczanie gęstości strumienia ciepła na podstawie zmierzonego przebiegu czasowego temperatury półprzestrzeni, przybliżonego wielomianem 519
- LITERATURA 522

18. Odwrotne zagadnienia nieustalonego przewodzenia ciepła 523

- ZADANIE 18.1.** Wyprowadzenie wzorów na rozkłady temperatury i gęstości strumienia ciepła w ciałach o prostych kształtach na podstawie pomiaru nieustalonego przebiegu temperatury w jednym punkcie 523
- ZADANIE 18.2.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę czynnika przy zadanej liniowej zmianie temperatury powierzchni płyty 527
- ZADANIE 18.3.** Wyznaczanie przebiegu temperatury czynnika, dla którego temperatura płyty w punkcie o danej współrzędnej zmienia się zgodnie z zadaną funkcją 529
- ZADANIE 18.4.** Wyprowadzenie wzoru na temperaturę czynnika nagrzewającego nieskończoną płytę; temperatura płyty w punkcie o danej współrzędnej zmienia się ze stałą prędkością 531

- ZADANIE 18.5.** Wyznaczanie temperatury i gęstości strumienia ciepła na czołowej powierzchni płyty na podstawie przebiegu temperatury mierzonego na tylnej izolowanej powierzchni; strumień ciepła na powierzchni płyty ma formę pulsu trójkątnego 537
- ZADANIE 18.6.** Wyznaczanie temperatury i gęstości strumienia ciepła na powierzchni czołowej płyty na podstawie przebiegu temperatury mierzonego na tylnej izolowanej powierzchni; strumień ciepła na powierzchni płyty ma formę pulsu prostokątnego 544
- ZADANIE 18.7.** Wyznaczanie czasowego przebiegu temperatury czynnika, dla którego temperatura płyty w punkcie o danej współrzędnej zmienia się liniowo 547
- ZADANIE 18.8.** Wyznaczanie czasowego przebiegu temperatury czynnika, dla którego temperatura płyty w punkcie o danej współrzędnej zmienia się zgodnie z zadaną funkcją kwadratową 550
- LITERATURA 552

19. Zagadnienia wielowymiarowe – metoda superpozycji 554

- ZADANIE 19.1.** Opis metody superpozycji zastosowanej do zagadnień wielowymiarowych 554
- ZADANIE 19.2.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w obszarze prostokątnym przy warunkach brzegowych III rodzaju 558
- ZADANIE 19.3.** Wyprowadzenie wzoru na rozkład temperatury w obszarze prostokątnym przy warunkach brzegowych II rodzaju 561
- ZADANIE 19.4.** Obliczanie temperatury cylindra stalowego o skończonej wysokości 563
- ZADANIE 19.5.** Obliczanie temperatury bloku stalowego 565

20. Przybliżone metody analityczne rozwiązywania zagadnień nieustalonego przewodzenia ciepła 568

- ZADANIE 20.1.** Opis całkowitej metody bilansu cieplnego na przykładzie jednowymiarowego nieustalonego przewodzenia ciepła 568
- ZADANIE 20.2.** Wyznaczanie nieustalonego rozkładu temperatury w ścianie płaskiej przy zadanych warunkach I, II i III rodzaju 571
- ZADANIE 20.3.** Wyznaczanie naprężeń cieplnych w ścianie płaskiej 581
- LITERATURA 583

21. Metoda różnic skończonych 585

- ZADANIE 21.1.** Sposoby aproksymacji gęstości strumienia ciepła na powierzchni płyt 586
- ZADANIE 21.2.** Opis jawnej metody różnic skończonych z uwzględnieniem warunków I, II i III rodzaju 591
- ZADANIE 21.3.** Rozwiązywanie zagadnień dwuwymiarowych za pomocą jawnej metody różnicowej 597
- ZADANIE 21.4.** Rozwiązywanie zagadnień dwuwymiarowych za pomocą niejawnej metody różnicowej 602
- ZADANIE 21.5.** Algorytm i program do rozwiązywania trójprzekątniowego układu równań algebraicznych metodą Thomasa (metodą przeganiań) 605
- ZADANIE 21.6.** Analiza stabilności jawnej metody różnic skończonych metodą von Neumanna 609

- ZADANIE 21.7.** Obliczanie jednowymiarowego nieustalonego pola temperatury za pomocą metody jawnej wraz z programem obliczeniowym 614
- ZADANIE 21.8.** Obliczanie jednowymiarowego nieustalonego pola temperatury za pomocą metody niejawnej wraz z programem obliczeniowym 618
- ZADANIE 21.9.** Obliczanie dwuwymiarowego nieustalonego pola temperatury za pomocą metody niejawnej wraz z programem obliczeniowym; układ równań algebraicznych jest rozwiązywany metodą eliminacji Gaussa 622
- ZADANIE 21.10.** Obliczanie dwuwymiarowego nieustalonego pola temperatury za pomocą metody niejawnej wraz z programem obliczeniowym; układ równań algebraicznych jest rozwiązywany metodą nadrelaksacji 630
- LITERATURA 634

22. Rozwiązywanie nieustalonych zagadnień przewodzenia ciepła za pomocą metody elementów skończonych (MES) 635

- ZADANIE 22.1.** Opis MES opartej na metodzie Galerkina służącej do rozwiązywania dwuwymiarowych zagadnień nieustalonego przewodzenia ciepła 635
- ZADANIE 22.2.** Skupianie pojemności cieplnej elementu skończonego w MES 638
- ZADANIE 22.3.** Metody całkowania układu równań różniczkowych zwyczajnych względem czasu stosowane w MES 644
- ZADANIE 22.4.** Porównanie MES opartej na metodzie Galerkina i na metodzie bilansu cieplnego z metodą objętości skończonej 646
- ZADANIE 22.5.** Naturalny układ współrzędnych dla elementów jednowymiarowych oraz dwuwymiarowych trójkątnych i prostokątnych 650
- ZADANIE 22.6.** Transformacja układów współrzędnych i obliczanie całek za pomocą kwadratur Gaussa–Legendre’a 654
- ZADANIE 22.7.** Obliczanie temperatury żebra o złożonym kształcie za pomocą programu ANSYS 662
- LITERATURA 665

23. Metody numeryczno-analityczne 667

- ZADANIE 23.1.** Całkowanie układu równań różniczkowych zwyczajnych metodą Rungego–Kutty 669
- ZADANIE 23.2.** Numeryczno-analityczna metoda całkowania liniowego układu równań różniczkowych zwyczajnych 672
- ZADANIE 23.3.** Wyznaczanie za pomocą metody prostych temperatury stalowej płyty chłodzonej powietrzem i wrzącą wodą 677
- ZADANIE 23.4.** Wyznaczanie temperatury komory cylindrycznej metodą analityczną ściśłą i metodą prostych 682
- ZADANIE 23.5.** Wyznaczanie naprężeń cieplnych w komorze cylindrycznej metodą analityczną ściśłą i metodą prostych 688
- ZADANIE 23.6.** Wyznaczanie za pomocą metody prostych rozkładu temperatury w komorze cylindrycznej przy stałych i zależnych od temperatury własnościach termofizycznych 692
- ZADANIE 23.7.** Wyznaczanie metodą prostych nieustalonego rozkładu temperatury w nieskończenie długim pręcie o przekroju prostokątnym 698
- LITERATURA 702

24. Rozwiązywanie odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła za pomocą metod numerycznych 705

- ZADANIE 24.1. Numeryczno-analityczna metoda rozwiązywania zagadnień odwrotnych 705
- ZADANIE 24.2. Metoda krocząca w czasie do rozwiązywania nieliniowych zagadnień odwrotnych nieustalonego przewodzenia ciepła 711
- ZADANIE 24.3. Metody kroczące w przestrzeni oparte na metodzie Webera 717
- ZADANIE 24.4. Wyznaczanie rozkładu temperatury i gęstości strumienia ciepła w płycie na podstawie pomiaru temperatury na tylnej izolowanej powierzchni płyty; gęstość strumienia ciepła ma kształt prostokątnego pulsu 722
- ZADANIE 24.5. Wyznaczanie rozkładu temperatury i gęstości strumienia ciepła w płycie na podstawie pomiaru temperatury na tylnej izolowanej powierzchni płyty; gęstość strumienia ciepła ma kształt trójkątnego pulsu 729
- LITERATURA 733

25. Źródła ciepła 734

- ZADANIE 25.1. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wokół punkowego chwilowego (impulsowego) źródła ciepła, działającego w przestrzeni nieskończonej 736
- ZADANIE 25.2. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury w ciele nieskończonym wywołany działaniem powierzchniowego impulsowego źródła ciepła 739
- ZADANIE 25.3. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wokół chwilowego impulsowego liniowego źródła ciepła, działającego w przestrzeni nieskończonej 742
- ZADANIE 25.4. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wokół punkowego źródła ciepła, znajdującego się w przestrzeni nieskończonej i działającego w sposób ciągły 744
- ZADANIE 25.5. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wywołany powierzchniowym źródłem ciepła, działającym ciągle w przestrzeni nieskończonej 746
- ZADANIE 25.6. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wokół liniowego źródła ciepła o działaniu ciągłym i zadanej mocy $\dot{q}_l$ odniesionej do jednostki długości 749
- ZADANIE 25.7. Wyznaczanie wzoru na quasi-ustalony rozkład temperatury wywołany punkowym źródłem ciepła o mocy $\dot{Q}_0$, poruszającym się ze stałą prędkością v w przestrzeni nieskończonej lub na powierzchni półprzestrzeni 751
- ZADANIE 25.8. Wyznaczanie wzoru na nieustalony rozkład temperatury wywołany punkowym źródłem ciepła o mocy $\dot{Q}_0$, poruszającym się ze stałą prędkością v w przestrzeni nieskończonej lub na powierzchni półprzestrzeni 755
- ZADANIE 25.9. Obliczanie rozkładu temperatury wzdłuż prostej, po której przemieszcza się laser 759
- ZADANIE 25.10. Quasi-ustalony rozkład temperatury w płycie w czasie spawania; porównanie rozwiązania analitycznego z wyznaczonym MES 762
- LITERATURA 765

26. Topnienie i krzepnięcie (zamarzanie) 767

- ZADANIE 26.1.** Wyprowadzenie wzoru opisującego krzepnięcie (zamarzanie) oraz topnienie ciała półnieskończonego (zagadnienie Stefana) 771
- ZADANIE 26.2.** Wyprowadzenie wzoru opisującego krzepnięcie (zamarzanie) ciała półnieskończonego przy założeniu, że temperatura cieczy jest nierównomierna 776
- ZADANIE 26.3.** Wyprowadzenie wzoru opisującego quasi-ustalone krzepnięcie (zamarzanie) płaskiej warstwy cieczy 779
- ZADANIE 26.4.** Wyprowadzenie wzorów opisujących krzepnięcie (zamarzanie) ciała o prostych kształtach: płyty, cylindra i kuli 783
- ZADANIE 26.5.** Ablacja ciała półnieskończonego 788
- ZADANIE 26.6.** Krzepnięcie spadającej kropli ołowiu 791
- ZADANIE 26.7.** Obliczanie grubości warstwy lodu po zadanym czasie 793
- ZADANIE 26.8.** Obliczanie akumulowanej energii w stopionym wosku 794
- ZADANIE 26.9.** Obliczanie czasu zamrażania ryby 796
- LITERATURA** 796

ZAŁĄCZNIK A. Podstawowe funkcje matematyczne 798

LITERATURA 801

ZAŁĄCZNIK B. Własności termofizyczne ciał stałych 802

LITERATURA 825

ZAŁĄCZNIK C. Wykresy sprawności żeber (do rozdz. 6 w cz. II) 827

LITERATURA 829

ZAŁĄCZNIK D. Współczynniki kształtu dla powierzchni izotermicznych o różnej geometrii (do rozdz. 10 w cz. II) 830**ZAŁĄCZNIK E. Podprogram do rozwiązywania układu liniowych równań algebraicznych metodą eliminacji Gaussa (do rozdz. 6 w cz. II) 841****ZAŁĄCZNIK F. Podprogram do rozwiązywania liniowego układu równań algebraicznych za pomocą metody nadrelaksacji 843****ZAŁĄCZNIK G. Podprogram do rozwiązywania układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu metodą Rungego–Kutty czwartego rzędu (do rozdz. 11 w cz. II) 844****ZAŁĄCZNIK H. Wyznaczanie odwrotnej transformaty Laplace’a (do rozdz. 15 w cz. II) 845**

LITERATURA 849