

Spis treści

Przedmowa 7

1. WPROWADZENIE 9

2. METODA PRZEMIESZCZEŃ – ZAGADNIENIA STATYCZNE 19

2.1. Element standardowy o czterech stopniach swobody 19

2.2. Element standardowy w rozwiązywaniu pojedynczych prętów 23

2.3. Macierze globalne układów opisywanych współzrędnymi rotacyjnymi 26

2.4. Macierze globalne jako suma macierzy elementów 29

2.5. Przykłady rozwiązywania belek 31

2.6. Przykłady rozwiązywania konstrukcji – element standardowy 33

2.7. Ramy przesuwne – element o pięciu stopniach swobody 40

2.8. Identyfikacja bazy współrzędnych uogólnionych 44

2.8.1. Wprowadzenie 44

2.8.2. Uwagi uwzględniane w trakcie identyfikacji 46

2.8.3. Przykłady podpór oraz połączeń 46

2.8.4. Istota warunków spełnianych tożsamościowo 47

2.8.5. Przykłady 49

3. RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE ORAZ MACIERZ SZTYWNOŚCI PRĘTA PROSTEGO 53

3.1. Równanie różniczkowe 53

3.1.1. Podstawowe zależności 53

3.1.2. Przykłady 54

3.2. Macierz sztywności 60

3.2.1. Podstawowe zależności 60

3.2.1.1. Współrzędne uogólnione 60

3.2.1.2. Siły uogólnione 64

3.2.2. Macierz sztywności 64

3.3. Wzory transformacyjne 1 65

3.3.1. Pręt sztywno-sztywny 65

3.3.2. Pręt sztywno-przegubowy 66

3.4. Wzory transformacyjne 2 68

3.4.1. Pręt sztywno-sztywny 68

3.4.2. Pręt sztywno-przegubowy 69

3.5. Przykłady 69

3.6. Wyznaczanie sił węzłowych pręta na podstawie rozwiązań równania różniczkowego 72

4. RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE ORAZ MACIERZ SZTYWNOŚCI PRĘTA PROSTEGO OBCIĄŻONEGO SIŁĄ OSIOWĄ	74
4.1. Równanie różniczkowe	74
4.1.1. Podstawowe zależności	74
4.1.2. Przykłady	76
4.2. Macierz sztywności	81
4.2.1. Podstawowe zależności	81
4.2.1.1. Współrzędne uogólnione	81
4.2.1.2. Siły uogólnione	83
4.2.2. Ogólna postać macierzy sztywności	84
4.2.3. Macierz sztywności przy $\lambda = 0$	85
4.2.4. Tablice elementów $K_o(\lambda)$	86
4.2.5. Przykłady	91
5. BELKA SPOCZYWAJĄCA NA PODŁOŻU WINKLERA	95
5.1. Wprowadzenie	95
5.2. Równanie różniczkowe	97
5.2.1. Podstawowe zależności	97
5.2.2. Przykłady	100
5.3. Macierz sztywności	104
5.3.1. Podstawowe zależności	104
5.3.1.1. Współrzędne uogólnione	104
5.3.1.2. Siły uogólnione	105
5.3.2. Ogólna postać macierzy sztywności	106
5.3.3. Macierz sztywności przy $\lambda \rightarrow 0$	107
5.3.4. Tablice elementów macierzy $K_o(\lambda)$	107
5.3.5. Przykłady	114
6. RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE DRGAŃ ORAZ DYNAMICZNA MACIERZ SZTYWNOŚCI PRĘTA PROSTEGO	126
6.1. Równanie różniczkowe	126
6.1.1. Podstawowe zależności	126
6.1.2. Przykłady	129
6.2. Macierz sztywności	133
6.2.1. Podstawowe zależności	133
6.2.1.1. Współrzędne uogólnione	133
6.2.1.2. Siły uogólnione	134
6.2.2. Ogólna postać macierzy sztywności	135
6.2.3. Tablice elementów $K_o(\lambda)$	136
6.2.4. Przykłady	141

7. ELEMENT BELKOWY – ROZWIĄZANIA PRZYBLIŻONE	146
7.1. Wprowadzenie	146
7.2. Funkcje kształtu	146
7.3. Równanie równowagi elementu – postać ogólna	150
7.4. Macierz sztywności elementu	152
7.5. Wektor równoważników obciążenia równomiernie rozłożonego	154
7.6. Wektor równoważników obciążenia siłą skupioną	156
7.7. Wektor równoważników obciążenia momentem rozłożonym	158
7.8. Wektor równoważników obciążenia momentem skupionym	160
7.9. Wektor równoważników obciążenia siłą ściskającą	162
7.10. Wektor równoważników obciążenia odporem podłoża	164
7.11. Wektor równoważników obciążenia siłami bezwładności	166
7.12. Ogólne równanie równowagi pręta	168
7.13. Zestawienie macierzy dotyczących różnych zagadnień	168
7.14. Przykłady	169
7.14.1. Wprowadzenie	169
7.14.2. Drgania swobodne wybranych belek jednoprzęsłowych	169
7.14.2.1. Belka 1	170
7.14.2.2. Belka 2	171
7.14.2.3. Belka 5	172
7.14.3. Siły krytyczne wybranych belek jednoprzęsłowych	173
7.14.3.1. Belka 1	173
7.14.3.2. Belka 3	174
7.14.3.3. Belka 4	175
7.14.4. Rozwiązania belki obustronnie utwierdzonej	176
7.14.4.1. Wprowadzenie	176
7.14.4.2. Belka obciążona równomiernie spoczywająca na podłożu ...	177
7.14.4.3. Częstości drgań własnych	183
7.14.4.4. Siła krytyczna	183
7.14.5. Ocena zbieżności rozwiązań	184
7.14.5.1. Siły krytyczne belek prostych	184
7.14.5.2. Częstości drgań belek prostych	184
7.14.6. Ocena zbieżności rozwiązań przybliżonych belek spoczywających na podłożu	186
7.14.6.1. Belka 1	186
7.14.6.2. Belka 2	188
8. PRZYKŁADY	190
8.1. Wprowadzenie	190
8.2. Belka dwuprzęsłowa	191
8.2.1. Model obliczeniowy	191
8.2.2. Drgania własne (przypadek: $k = 0$, $S = 0$)	193

8.2.2.1. Rozwiązanie dokładne	193
8.2.2.2. Rozwiązanie przybliżone	194
8.2.3. Siła krytyczna (przypadek: $k = 0$, $m = 0$)	194
8.2.3.1. Rozwiązanie dokładne	194
8.2.3.2. Rozwiązanie przybliżone	195
8.2.4. Drgania własne (przypadek: $k \neq 0$, $S = 0$)	196
8.2.5. Drgania własne (przypadek: $k = 0$, $S \neq 0$)	197
8.2.6. Siła krytyczna (przypadek: $k \neq 0$, $m = 0$)	198
8.2.7. Drgania własne (przypadek: $k \neq 0$, $S \neq 0$)	199
8.3. Rama ortogonalna	200
8.3.1. Model obliczeniowy	200
8.3.2. Drgania własne (przypadek $S = 0$)	202
8.3.2.1. Rozwiązanie dokładne	202
8.3.2.2. Rozwiązanie przybliżone	202
8.3.3. Siła krytyczna (przypadek $m = 0$)	202
8.3.3.1. Rozwiązanie dokładne	202
8.3.3.2. Rozwiązanie przybliżone	203
8.3.4. Drgania własne (przypadek $S \neq 0$)	203
9. WYBRANE ZAGADNIENIA	205
9.1. Rama prostokątna na podłożu	205
9.1.1. Wprowadzenie	205
9.1.2. Przypadki szczególne	208
9.1.2.1. Rama obciążona statycznie	208
9.1.2.2. Stateczność początkowa	215
9.1.2.3. Drgania własne	218
9.2. Rama prostokątna ze sztywnym rygłem	220
9.2.1. Wprowadzenie	220
9.2.2. Stateczność początkowa	223
9.2.3. Drgania własne	224
9.3. Belka dwuprzęsłowa	226
9.3.1. Stateczność początkowa	226
9.3.2. Częstości drgań własnych	230
9.4. Belka spoczywająca na podłożu	235
Literatura	238