

# Spis rzeczy

PRZEDMOWA . . . . .	11
CZĘŚĆ PIERWSZA. OGÓLNA TEORIA SPRĘŻYSTOŚCI . . . . .	13
1. Stan odkształcenia . . . . .	13
1.1. Sprężystość. Ośrodek ciągły . . . . .	13
1.2. Odkształcenie ciała. Wektor przemieszczenia . . . . .	15
1.3. Tensor odkształcenia . . . . .	17
1.4. Zmiana długości i kierunku elementu liniowego . . . . .	19
1.5. Stan odkształcenia we współrzędnych Eulera . . . . .	22
1.6. Osie główne odkształcenia . . . . .	25
1.7. Zmiana objętości ciała . . . . .	27
1.8. Odkształcenie nieskończenie małe . . . . .	28
1.9. Dekompozycja wektora przemieszczenia . . . . .	30
1.10. Odkształcenia jednorodne . . . . .	34
1.11. Równania nierozdzielności . . . . .	35
2. Stan naprężenia . . . . .	38
2.1. Oddziaływania zewnętrzne. Siły wewnętrzne. Stan naprężenia . . . . .	38
2.2. Transformacja składowych tensora naprężenia . . . . .	44
2.3. Główne naprężenia normalne. Niezmienniki stanu naprężenia . . . . .	45
2.4. Kwadryka naprężeń . . . . .	47
2.5. Ekstremalne wartości naprężeń stycznych . . . . .	49
2.6. Rozkład naprężenia na tensor kulisty i dewiator . . . . .	52
2.7. Płaski stan naprężenia . . . . .	53
2.8. Równania ciągłości . . . . .	56
2.9. Równania ruchu . . . . .	59
3. Podstawy termodynamiczne teorii sprężystości . . . . .	62
3.1. Podstawowe pojęcia i prawa termodynamiki . . . . .	62
3.2. Zasada zachowania energii dla ciała odkształcalnego . . . . .	64
3.3. Bilans entropii . . . . .	67
3.4. Prawo Fouriera przewodnictwa cieplnego . . . . .	69
3.5. Energia swobodna. Pierwsza postać równań konstytutywnych . . . . .	71
3.6. Potencjał termodynamiczny Gibbsa. Druga postać równań konstytutywnych . . . . .	75
3.7. Energia wewnętrzna. Trzecia postać równań konstytutywnych . . . . .	77
3.8. Równanie przewodnictwa cieplnego . . . . .	79
3.9. Podstawowe równania różniczkowe termosprężystości . . . . .	80
3.10. Równania różniczkowo elastostatyki i elastokinetyki klasycznej . . . . .	82

3.11. Przypadek naprężeń cieplnych . . . . .	83
3.12. Stałe materiałowe ciała sprężystego anizotropowego . . . . .	84
CZEŚĆ DRUGA. ELASTOSTATYKA . . . . .	95
4. Równania różniczkowe oraz ogólne twierdzenia elastostatyki . . . . .	95
4.1. Związki między stanem naprężenia a stanem odkształcenia . . . . .	95
4.2. Równania przemieszczeniowe elastostatyki . . . . .	102
4.3. Równania różniczkowe nierozdzielności . . . . .	105
4.4. Równania naprężeniowe Beltramię-Michella . . . . .	106
4.5. Zasada prac wirtualnych. Twierdzenie o minimum energii potencjalnej . . . . .	109
4.6. Druga postać twierdzenia o minimum energii potencjalnej . . . . .	113
4.7. Twierdzenie Castigliana o minimum energii komplementarnej . . . . .	115
4.8. Druga postać twierdzenia o minimum energii komplementarnej . . . . .	117
4.9. Twierdzenie wariacyjne E. Reissnera . . . . .	119
4.10. Jednoznaczność rozwiązania równań różniczkowych elastostatyki . . . . .	121
4.11. Twierdzenie o wzajemności prac . . . . .	122
4.12. Tensor przemieszczeniowy Greena. Twierdzenie J. C. Maxwella . . . . .	126
4.13. Wzory Somigliany . . . . .	129
4.14. Wzory Greena . . . . .	131
4.15. Sprowadzenie mieszanego zagadnienia brzegowego do rozwiązania układu równań całkowitych pierwszego rodzaju . . . . .	136
4.16. Twierdzenie Clapeyrona o pracy odkształcenia . . . . .	138
4.17. Twierdzenie Castigliana o pochodnej cząstkowej pracy odkształcenia . . . . .	140
4.18. Twierdzenia o istnieniu rozwiązania równań różniczkowych elastostatyki . . . . .	142
4.19. Równania elastostatyki w ortogonalnych krzywoliniowych układach współrzędnych . . . . .	149
5. Przestrzenne zagadnienia elastostatyki . . . . .	160
5.1. Rozwiązania szczególne. Metoda E. Trefftza . . . . .	160
5.2. Przedstawienie Papkowicza-Neubera . . . . .	163
5.3. Przedstawienie Galerkina . . . . .	167
5.4. Osiowosymetryczny rozkład naprężeń. Funkcja Love'a . . . . .	170
5.5. Osiowosymetryczny rozkład naprężeń. Funkcja Boussinesq'a . . . . .	173
5.6. Potencjał sprężystego przemieszczenia . . . . .	175
5.7. Działanie sił masowych w ciele nieograniczonym. Rozwiązanie Kelvina . . . . .	181
5.8. Rozwiązania osobliwe wyższego rzędu . . . . .	187
5.9. Półprzestrzeń sprężysta. Pierwsze zagadnienie brzegowe . . . . .	189
5.10. Półprzestrzeń sprężysta. Drugie zagadnienie brzegowe . . . . .	191
5.11. Zagadnienie Boussinesq'a . . . . .	199
5.12. Wzory Hertza . . . . .	205
5.13. Zagadnienie Cerrutiego . . . . .	208
5.14. Zagadnienie Mindlina . . . . .	213
5.15. Półprzestrzeń sprężysta. Rozwiązanie Terezawy i Sneddona . . . . .	216
5.16. Wzory Bettiego dla dylatacji i składowych wektora rotacji . . . . .	224
5.17. Metoda Bettiego całkowania równań różniczkowych elastostatyki . . . . .	228
5.18. Warstwa sprężysta . . . . .	234
5.19. Walec nieskończony i skończony . . . . .	238
5.20. Problem kuli. Metoda rozwiązania . . . . .	244
5.21. Zagadnienie wewnętrzne i zewnętrzne kuli . . . . .	255
5.22. Zasada Saint-Venanta . . . . .	264
6. Dwuwymiarowe zagadnienia elastostatyki . . . . .	271
6.1. Stan naprężenia zależny jedynie od dwu zmiennych $x_1$ i $x_2$ . . . . .	271
6.2. Płaski stan odkształcenia . . . . .	273

6.3. Płaski stan naprężenia . . . . .	280
6.4. Półprzestrzeń sprężysta znajdująca się w płaskim stanie odkształcenia. . . . .	285
6.5. Funkcja naprężeń Airy'ego we współrzędnych biegunowych . . . . .	300
6.6. Zagadnienie szczeliny . . . . .	308
6.7. Zagadnienie stempla . . . . .	314
6.8. Zastosowanie funkcji zmiennej zespolonej . . . . .	320
6.9. Postać potencjałów zespolonych dla obszarów wielospójnych. . . . .	326
6.10. Odwzorowanie konforemne na koło jednostkowe . . . . .	331
6.11. Rozwiązanie dla skończonego obszaru jednoczelnego . . . . .	337
6.12. Rozwiązanie dla obszaru nieskończonego . . . . .	342
6.13. Wyznaczenie potencjałów zespolonych z równania całkowego . . . . .	347
6.14. Rozwiązanie równania całkowego . . . . .	353
7. Skręcanie i zginanie prętów prostych . . . . .	360
7.1. Zagadnienie Saint-Venanta . . . . .	360
7.2. Skręcanie prętów prostych. Podstawowe związki i równania. . . . .	366
7.3. Zastosowanie potencjału zespolonego do zagadnienia skręcania pręta. . . . .	372
7.4. Analogia membranowa . . . . .	376
7.5. Rozwiązanie zagadnienia skręcania dla pewnych przypadków szczególnych. . . . .	380
7.6. Skręcanie pręta o przekroju składającym się z prostokątów . . . . .	387
7.7. Skręcanie pręta ze szczelinami . . . . .	396
7.8. Zginanie pręta siłą poprzeczną . . . . .	403
7.9. Zginanie pręta siłą poprzeczną. Inne warianty rozwiązań . . . . .	410
8. Dystorsje sprężyste . . . . .	417
8.1. Ustalone zagadnienia termosprężystości. Zasady wariacyjne oraz twierdzenie o wzajemności . . . . .	417
8.2. Równania przemieszczeniowe termosprężystości . . . . .	429
8.3. Równania termosprężystości w naprężeniach . . . . .	433
8.4. Przestrzenne ustalone zagadnienia termosprężystości . . . . .	439
8.5. Dwuwymiarowe ustalone zagadnienia termosprężystości . . . . .	446
8.6. Zagadnienia quasi-statyczne termosprężystości . . . . .	462
8.7. Samonaprężenia. Podstawowe związki i twierdzenia . . . . .	474
8.8. Twierdzenie W. M. Majzela o wzajemności prac dla dystorsji . . . . .	478
8.9. Dyslokacje V. Volterry . . . . .	481
8.10. Praca odkształcenia. Twierdzenie o wzajemności dla dyslokacji Volterry . . . . .	486
CZĘŚĆ TRZECIA. ELASTOKINETYKA . . . . .	489
9. Podstawowe związki, równania i twierdzenia elastokinetyki . . . . .	489
9.1. Równania różniczkowe, warunki brzegowe i początkowe. . . . .	489
9.2. Fala płaska. Struktura jednowymiarowego równania falowego . . . . .	494
9.3. Ogólne rozwiązanie Lamégo . . . . .	499
9.4. Rozwiązanie M. Iacovache. Rozwiązanie Papkowicza-Neubera . . . . .	505
9.5. Równania naprężeniowe elastokinetyki . . . . .	511
9.6. Zastosowanie transformacji całkowych . . . . .	519
9.7. Zasada prac wirtualnych. Jednoznaczność rozwiązań . . . . .	524
9.8. Zasada Hamiltona . . . . .	528
9.9. Twierdzenie o wzajemności . . . . .	531
9.10. Rozszerzony wzór Somigliany . . . . .	537
9.11. Mieszane zagadnienia brzegowe elastokinetyki . . . . .	539
9.12. Metoda W. D. Kupradze. . . . .	543
9.13. Rozwiązanie niejednorodnego równania falowego . . . . .	548
9.14. Całka Poissona . . . . .	555

9.15. Drgania harmonicznie zmienne w czasie . . . . .	561
9.16. Twierdzenie Helmholtza . . . . .	564
9.17. Wzór Kirchhoffa . . . . .	569
10. Zagadnienia szczegółowe elastokinetyki . . . . .	573
10.1. Działanie sił skupionych w nieskończonej przestrzeni sprężystej . . . . .	573
10.2. Działanie zaburzeń posuwających się ze stałą prędkością. Zagadnienia dwuwymiarowe . . . . .	583
10.3. Zaburzenia przesuujące się ze stałą prędkością. Zagadnienie przestrzenne. . . . .	595
10.4. Odbicie fali płaskiej od swobodnej powierzchni i od doskonale sztywnej ściany . . . . .	601
10.5. Fale powierzchniowe Rayleigha . . . . .	605
10.6. Fale Love'a . . . . .	611
10.7. Rozprzestrzenianie się fal w warstwie sprężystej . . . . .	613
10.8. Propagacja fali periodycznej w pręcie o przekroju kołowym . . . . .	618
10.9. Fale podłużne w ośrodku sprężystym z otworem walcowym . . . . .	621
10.10. Płaskie zagadnienie Lamba . . . . .	623
10.11. Osiosymetryczne zagadnienie Lamba . . . . .	627
10.12. Fale kuliste w przestrzeni nieskończonej z pustką kulistą . . . . .	632
10.13. Fale walcowe w przestrzeni nieskończonej z pustką walcową . . . . .	634
10.14. Fale skrętne i giętne w walcu nieskończonym . . . . .	638
10.15. Drgania radialne kuli sprężystej. . . . .	640
11. Dynamiczne zagadnienia teorii naprężeń cieplnych . . . . .	643
11.1. Podstawowe związki i równania teorii naprężeń cieplnych . . . . .	643
11.2. Zasada prac wirtualnych. Zasada Hamiltona . . . . .	644
11.3. Twierdzenie o wzajemności. Metoda Majziela . . . . .	646
11.4. Rozwiązanie równań różniczkowych teorii naprężeń cieplnych. . . . .	652
11.5. Propagacja harmonicznej fali termosprężystej w nieskończonej przestrzeni sprężystej . . . . .	656
11.6. Propagacja aperiodycznych fal termosprężystych w nieskończonym ośrodku sprężystym . . . . .	659
11.7. Zagadnienie W. I. Daniłowskiej . . . . .	664
11.8. Nagłe ogrzanie pustki kulistej w nieskończonej przestrzeni sprężystej. . . . .	668
12. Dynamiczne zagadnienia termosprężystości . . . . .	672
12.1. Wprowadzenie . . . . .	672
12.2. Równania różniczkowe termosprężystości i metody ich rozwiązywania . . . . .	674
12.3. Twierdzenie wariacyjne termosprężystości . . . . .	680
12.4. Twierdzenie o wzajemności . . . . .	683
12.5. Metody całkowania równań termosprężystości wynikające z twierdzenia o wzajemności . . . . .	687
12.6. Harmoniczne fale płaskie . . . . .	690
12.7. Fale kuliste i walcowe . . . . .	696
12.8. Funkcje Greena dla nieograniczonego ośrodka termosprężystego . . . . .	701
12.9. Zagadnienia aperiodyczne termosprężystości . . . . .	704
13. Teoria niesymetrycznej sprężystości . . . . .	709
13.1. Wprowadzenie . . . . .	709
13.2. Równania ruchu . . . . .	710
13.3. Zasada zachowania energii. Bilans entropii . . . . .	712
13.4. Równania konstytutywne . . . . .	714
13.5. Równanie przewodnictwa cieplnego. Równania przemieszczeniowe . . . . .	716
13.6. Warunki nierozdzielności . . . . .	718
13.7. Równania falowe . . . . .	719
13.8. Zasada prac wirtualnych . . . . .	721
13.9. Twierdzenie o wzajemności . . . . .	723

13.10. Wnioski wynikające z twierdzenia o wzajemności . . . . .	725
13.11. Twierdzenia ogólne elastokinytyki . . . . .	728
13.12. Rozwiązania równań różniczkowych elastokinytyki . . . . .	730
13.13. Monochromatyczne fale płaskie . . . . .	734
13.14. Rozwiązania podstawowe elastokinytyki . . . . .	735
13.15. Twierdzenia wariacyjne elastostatyki. Twierdzenie o wzajemności . . . . .	741
13.16. Równania przemieszczeniowe elastostatyki . . . . .	746
13.17. Teoria naprężeń cieplnych . . . . .	751
13.18. Dwuwymiarowe zagadnienia teorii naprężeń cieplnych . . . . .	754
13.19. Pseudocontinuum Cosseratów . . . . .	757
PIŚMIENICTWO TEORII SPRĘŻYSTOŚCI. . . . .	761
SKOROWIDZ RZECZOWY . . . . .	763
SKOROWIDZ NAZWISK . . . . .	767