

# Spis treści

<b>Przedmowa</b> .....	8
<b>1. Wstęp</b> .....	9
<b>2. Analiza błędów</b> .....	12
2.1. Reprezentacja liczb na maszynie cyfrowej .....	12
2.2. Błędy zaokrągleń .....	14
2.3. Wybrane reprezentacje zmiennopozycyjne na maszynach cyfrowych .....	15
2.4. Propagacja błędów .....	17
2.5. Współczynnik wzmocnienia zaburzenia danych wejściowych .....	21
2.6. Błąd całkowity obliczeń .....	22
2.7. Analiza propagacji błędów metodą macierzową .....	26
2.8. Analiza propagacji błędów metodą grafów .....	30
<b>3. Rachunek macierzowy</b> .....	34
3.1. Podstawowe definicje rachunku macierzowego .....	37
3.2. Normy macierzy i wektorów .....	39
3.3. Ocena uwarunkowania numerycznego operatorów liniowych .....	40
<b>4. Rozwiązywanie układów równań liniowych</b> .....	46
4.1. Metoda eliminacji Gaussa .....	47
4.2. Rozkład LU .....	57
4.3. Metoda Crouta-Doolittle'a .....	58
4.4. Wierszowy algorytm Doolittle'a .....	64
4.5. Odwracanie macierzy metodą Gaussa-Jordana .....	67
4.6. Złożoność obliczeniowa metod eliminacyjno-dekompozycyjnych .....	69
<b>5 Interpolacja</b> .....	71
5.1. Metoda układu równań .....	72
5.2. Interpolacja wielomianowa Lagrange'a .....	73
5.3. Wzór interpolacyjny Newtona .....	75
5.4. Interpolacja Hermita .....	84
5.5. Interpolacja wymierna .....	88
5.6. Interpolacja trygonometryczna .....	95
5.7. Interpolacja za pomocą funkcji sklepanych .....	99

5.8. Błąd interpolacji funkcji niewymiernej wielomianem .....	104
5.9. Metody interpolacji w Matlabie .....	106
<b>6. Aproksymacja – liniowe wygładzanie .....</b>	<b>107</b>
6.1. Metoda najmniejszych kwadratów .....	107
6.2. Aproksymacja jednostajna Taylora .....	112
6.3. Metody aproksymacji w Matlabie .....	114
<b>7. Wartości własne i wektory własne .....</b>	<b>115</b>
7.1. Postać kanoniczna Jordana macierzy .....	117
7.2. Postać kanoniczna Frobeniusa macierzy .....	120
7.3. Postać kanoniczna Schura macierzy .....	122
7.4. Metoda Householdera .....	123
7.5. Sprowadzanie macierzy do postaci Hessenberga – metoda eliminacji .....	126
7.6. Wybór metody wyznaczania wartości i wektorów własnych macierzy .....	130
7.7. Metoda iteracji prostej (metoda potęgowa).....	130
7.8. Obliczanie wartości własnych hermitowskiej macierzy trójkątnej za pomocą ciągów Sturma.....	135
7.9. Metoda LR (Rutishauser 1958).....	136
7.10. Metoda QR (Francisa) .....	138
<b>8. Iteracyjne algorytmy rozwiązywania układów równań liniowych .....</b>	<b>145</b>
8.1. Ogólne postawienie problemu metod iteracyjnych.....	146
8.2. Metoda Jacobiego .....	147
8.3. Metoda Gaussa-Seidla .....	150
8.4. Metoda sukcesywnej relaksacji (SOR) .....	153
8.5. Zbieżność metod opartych na iteracji prostej .....	154
8.6. Poprawianie uwarunkowania układu równań przy wykorzystaniu prekondycjonerów ....	157
8.7. Metoda gradientów sprzężonych Hestenesa i Stiefela .....	160
8.8. Algorytm GMRES (uogólniona metoda najmniejszych residuów) .....	187
8.9. Metody rozwiązywania układów równań w Matlabie .....	178
<b>9. Układy równań nadokreślone.....</b>	<b>179</b>
9.1. Kryterium najmniejszych kwadratów .....	179
9.2. Rozkład względem wartości osobliwych.....	181
9.3. Sprowadzanie do postaci trójkątnej .....	184
9.4. Metody rozwiązywania nadokreślonych układów równań w Matlabie .....	188
<b>10. Wyznaczanie numeryczne rozwiązania równań i układów równań nieliniowych.....</b>	<b>189</b>
10.1. Metoda Newtona-Raphsona .....	189
10.2. Rozwiązywanie układów równań nieliniowych metodą Newtona-Raphsona.....	193
10.3. Reguła fałsi.....	197
10.4. Metoda siecznych .....	200
10.5. Metoda bisekcji .....	201
10.6. Ciągi Sturma.....	201
10.7. Metoda Bairstowa.....	205
10.8. Metoda iteracji prostej.....	208
10.9. Inne metody rozwiązywania układów równań nieliniowych.....	209
10.10. Metody rozwiązywania równań nieliniowych w Matlabie .....	210
<b>11. Całkowanie numeryczne .....</b>	<b>211</b>
11.1. Kwadratury Newtona-Cotesa.....	211

11.2.	Złożone wzory Newtona-Cotesa.....	214
11.3.	Metoda ekstrapolacji Richardsona.....	217
11.4.	Kwadratury Gaussa.....	219
11.5.	Metoda monte Carlo.....	221
11.6.	Kwadratury 2D i 3D.....	221
11.7.	Metody całkowania w Matlabie.....	223
<b>12.</b>	<b>Równania różniczkowe zwyczajne – zagadnienie początkowe</b> .....	<b>224</b>
12.1.	Metoda Eulera.....	224
12.2.	Ogólny wzór metod jednokrokowych.....	225
12.3.	Zmodyfikowana metoda Eulera.....	226
12.4.	Metoda Heuna.....	226
12.5.	Metoda Rungego-Kutty.....	226
12.6.	Globalny błąd dyskretyzacji metod jednokrokowych.....	230
12.7.	Adaptacyjny dobór długości kroku w metodach jednokrokowych.....	231
12.8.	Metoda Rungego-Kutty-Fehlberga i Dormanda-Prince’a.....	231
12.9.	Ogólna postać metod wielokrokowych.....	234
12.10.	Metoda Adamsa-Bashfortha.....	234
12.11.	Metoda Adamsa-Moultona.....	235
12.12.	Metoda punktu środkowego.....	236
12.13.	Metoda Geara.....	237
12.14.	Metody wyznaczania rozwiązania numerycznego zagadnienia początkowego w Matlabie.....	239
<b>13.</b>	<b>Równania różniczkowe cząstkowe – zagadnienia brzegowe</b> .....	<b>240</b>
13.1.	Metoda różnic skończonych.....	243
13.2.	Warunek Neumanna w metodzie różnic skończonych.....	253
13.3.	Obszar niejednorodny w metodzie różnic skończonych.....	256
13.4.	Wprowadzenie do metody elementów skończonych.....	260
13.5.	Wyprowadzenie metody elementów skończonych z metody wariacyjnej.....	263
13.6.	Metoda elementów skończonych dla zagadnień trójwymiarowych.....	269
13.7.	Zwiększanie dokładności obliczeń MES.....	271
<b>14.</b>	<b>Wybrane aspekty programowania w środowisku Matlab</b> .....	<b>273</b>
14.1.	Podstawy składni języka Matlab.....	273
14.2.	Praktyczne uwagi dotyczące implementacji algorytmów w Matlabie.....	282
14.3.	Optymalizacja kodu w środowisku Matlab.....	285
14.3.1.	Indeksacja.....	286
14.3.2.	Redukowanie iteratorów za pomocą iloczynów wektorów i macierzy.....	287
14.3.3.	Tworzenie i zastosowanie macierzy pasmowych i blokowych.....	289
14.3.4.	Zmienne i operacje symboliczne.....	291
<b>Literatura</b> .....		<b>293</b>
<b>Skorowidz</b> .....		<b>294</b>