

SPIS TREŚCI

Rozdział 1. Wprowadzenie	9
1.1. Przedmiot i cel mechaniki ośrodków ciągłych	10
1.2. Teoria kontinuum	11
Rozdział 2. Podstawowe zagadnienia z algebry i analizy tensorowej	13
2.1. Przestrzenie liniowe	14
2.1.1. Przestrzeń euklidesowa wektorowa $\mathcal{E}_n$	15
2.1.2. Iloczyn tensorowy przestrzeni wektorowych	18
2.1.3. Przestrzeń euklidesowa punktowa $\mathcal{E}_n$	20
2.1.4. Układy współrzędnych kartezjańskich	20
2.2. Działania na tensorach	23
2.2.1. Dodawanie tensorów o tej samej walencji	24
2.2.2. Iloczyn zewnętrzny tensorów o dowolnej walencji	24
2.2.3. Kontrakcja – zwężenie tensora	25
2.2.4. Nasunięcie tensorów – proste i pełne	26
2.2.5. Potęga tensora drugiego rzędu	28
2.2.6. Tensor odwrotny. Pojęcie wyznacznika tensora	28
2.2.7. Symetria i antysymetria tensora o dowolnej walencji	29
2.2.8. Symbol permutacyjny	32
2.3. Tensory jako operatory liniowe	33
2.3.1. Tensory o walencji 2 jako afinory	33
2.3.2. Tensory ortogonalne	35
2.3.3. Tensory o dowolnej walencji jako operatory liniowe	36
2.4. Tensory symetryczne drugiego rzędu	37
2.4.1. Niezmienniki, wartości główne i kierunki główne	37
2.4.2. Twierdzenie o rozkładzie widmowym (spektralnym) tensora	39
2.4.3. Twierdzenie Cayleya – Hamiltona	40
2.4.4. Rozkład biegunowy (polarny) tensora	41
2.5. Grupa symetrii tensora	42
2.5.1. Grupy symetrii tensorów drugiego rzędu	43
2.5.2. Grupy symetrii tensorów o dowolnej walencji	43
2.6. Funkcje tensorowe	45
2.6.1. Funkcje tensorowe argumentu skalarne	45
2.6.2. Funkcje skalarne argumentu tensorowego	46
2.6.3. Funkcje tensorowe argumentu tensorowego dla tensorów drugiego rzędu	46
2.6.4. Grupy symetrii funkcji tensorowych	47
2.6.5. Podstawowe twierdzenia o reprezentacji dla funkcji tensorowych izotropowych	48
2.7. Pola tensorowe	50
2.7.1. Różniczkowanie pól tensorowych	51
2.7.1.1. Gradient pól tensorowych	51
2.7.1.2. Różniczkowanie w układach kartezjańskich	53
2.7.2. Całkowanie pól tensorowych	54

2.8. Czasoprzestrzeń fizyki klasycznej	56
2.9. Współrzędne krzywoliniowe	57
2.9.1. Lokalna baza i kobaza. Macierz metryczna	58
2.9.2. Współrzędne kontra i kowariantne	60
2.9.3. Różniczkowanie względem zmiennych przestrzennych w układach współrzędnych krzywoliniowych	60
Rozdział 3. Opis ruchu i deformacji	63
3.1. Analiza ruchu ośrodka ciągłego	63
3.1.1. Konfiguracja ciała w przestrzeni fizycznej	64
3.1.2. Opis materialny i opis przestrzenny	66
3.1.3. Pochodna materialna. Obiekty materialne	68
3.1.4. Ruch ustalony. Ruch sztywny	72
3.1.5. Pojęcia używane przy opisie ruchu ośrodka	73
3.2. Miary deformacji i odkształcenia	74
3.2.1. Gradient deformacji. Tensory deformacji	74
3.2.2. Zmiana objętości i powierzchni obiektów materialnych w procesie deformacji	76
3.2.3. Rozkład biegunowy tensora gradientu deformacji. Tensory rozciągnięcia	78
3.2.4. Względne wydłużenie. Zmiana długości infinitesimalnego włókna materialnego	79
3.2.5. Kąt odkształcenia postaciowego	80
3.2.6. Tensory odkształcenia. Gradient przemieszczenia	82
3.2.7. Inne miary odkształcenia	85
3.2.8. Zmiana konfiguracji odniesienia	86
3.2.9. Różne warianty aproksymacji miar odkształcenia. Tensory małych odkształceń	88
3.3. Gradient prędkości	91
3.3.1. Tensor prędkości deformacji	92
3.3.2. Spin materialny. Wektor wiru	95
3.3.3. Warunki nierozdzielności	98
3.3.4. Ruch płaski	99
3.3.5. Związek miar odkształcenia z tensorem prędkości deformacji	100
3.4. Opis ruchu i deformacji we współrzędnych krzywoliniowych	102
Rozdział 4. Stan naprężenia	109
4.1. Oddziaływania w ośrodkach ciągłych	109
4.1.1. Masa ciała	110
4.1.2. Siły i momenty masowe	111
4.1.3. Siły i momenty powierzchniowe	112
4.2. Wektor i tensor naprężenia	113
4.2.1. Wektor naprężenia	113
4.2.2. Tensor naprężenia	114
4.2.3. Lokalne równania równowagi	117
4.3. Własności lokalne tensora naprężenia	119
4.3.1. Niezmienniki podstawowe tensora naprężenia. Naprężenia główne	119
4.3.2. Pełne naprężenie styczne	121
4.3.3. Główne naprężenia styczne	123
4.3.4. Dewiator naprężenia	124
4.3.5. Wektor naprężenia w płaszczyźnie oktaedrycznej	125
4.3.6. Stan naprężenia jednoosiowy i płaski	126
4.3.7. Miary wycięcia	126
4.4. Miary naprężenia na konfiguracji odniesienia	128
4.4.1. Pierwszy tensor Pioli – Kirchhoffa	128
4.4.2. Drugi tensor Pioli – Kirchhoffa	130
4.4.3. Równania równowagi w opisie materialnym	131
4.5. Wielkości sprzężone	132

Rozdział 5. Podstawowe prawa fizyki	134
5.1. Zasada zachowania masy	134
5.2. Zasada zachowania pędu	136
5.3. Zasada zachowania momentu pędu	137
5.4. Zasada zachowania energii mechanicznej	139
5.5. Zasada prac wirtualnych	140
5.6. Termodynamika ośrodków ciągłych	142
5.6.1. Pierwsze prawo termodynamiki. Prawo bilansu energii	143
5.6.2. Nierówność Clausiusa – Duhema	147
5.7. Zasady zachowania na powierzchni nieciągłości	149
Rozdział 6. Elementy teorii równań konstytutywnych	153
6.1. Zasady konstytutywne	155
6.2. Układ odniesienia. Obserwator	157
6.3. Wielkości obiektywne. Postulat materialnej obiektywności	159
6.3.1. Zasada obiektywności	159
6.3.2. Obiektywność a niezmienniczość	160
6.3.3. Pochodne obiektywne	162
6.4. Wybrane zagadnienia z analizy wymiarowej i teorii podobieństwa	167
6.4.1. Twierdzenie Π	168
6.4.2. Kryteria podobieństwa	172
6.5. Fizykalna i geometryczna liniowość i nieliniowość. Teorie przybliżone	173
6.5.1. Ośrodki izotropowe	173
6.5.2. Efekty Poyntinga i Kelvina	175
6.5.3. Teorie przybliżone	176
Rozdział 7. Jednowymiarowe modele ośrodków ciągłych	178
7.1. Modele jednoparametrowe	178
7.2. Modele dwuparametrowe	181
7.3. Modele wieloparametrowe	185
Rozdział 8. Klasyczne modele ośrodków ciągłych	187
8.1. Ciecze	187
8.1.1. Ciecz Stokesa	187
8.1.2. Ciecz idealna – ciecz nielepka	190
8.1.3. Równanie falowe	194
8.1.4. Równanie gazodynamiki	195
8.1.5. Twierdzenia o wirach	197
8.1.6. Ciecz lepka Newtona	200
8.1.7. Ciecz lepka quasi-liniowa	202
8.1.8. Równania warstwy przyściennej	204
8.1.9. Modelowanie przepływów cieczy lepkiej	206
8.2. Ośrodki sprężyste	210
8.2.1. Liniowa teoria sprężystości	210
8.2.2. Równania Lamégo	216
8.2.3. Twierdzenia ekstremalne	217
8.2.4. Fale sprężyste	221
8.2.5. Liniowa teoria termosprężystości	223
8.2.6. Nieliniowa teoria sprężystości	224
8.2.7. Materiały hipersprężyste	224
8.2.8. Materiały sprężyste w sensie Cauchy'ego	231
8.2.9. Materiały hiposprężyste	232
8.3. Ośrodki plastyczne	233
8.3.1. Warunki uplastycznienia	234
8.3.2. Teoria plastycznego płynięcia	245

8.3.2.1. Teoria płynięcia dla ciał idealnie plastycznych	246
8.3.2.2. Teoria płynięcia dla ciał plastycznych ze wzmocnieniem	248
8.3.3. Teoria deformacyjna dla ośrodków plastycznych	250
8.3.4. Teoria poślizgu dla ośrodków plastycznych	251
8.3.5. Zagadnienia płaskie dla ciał idealnie plastycznych	252
8.4. Ośrodki reologiczne	256
8.4.1. Liniowe modele ciał lepkosprężystych	256
8.4.2. Modele pełzania	258
8.4.2.1. Modele pełzania ustalonego	260
8.4.2.2. Modele pełzania nieustalonego	263
8.4.3. Modele zniszczenia	266
8.5. Ośrodki sypkie	268
8.5.1. Warunki stanu granicznego	270
8.5.2. Teoria plastycznego płynięcia dla ośrodków sypkich	273
8.5.2.1. Model Druckera – Pragera	274
8.5.2.2. Model Shielda – Jenike – Iszlińskiego	274
8.5.3. Modele ośrodka sypkiego dla przepływów płaskich	275
Rozdział 9. Zakończenie	279
Bibliografia	281
Skorowidz	288