

Spis treści

Przedmowa	9
1. ALGEBRA LICZB ZESPOŁOWYCH	11
1.1. Podstawowe pojęcia algebry macierzy	11
1.1.1. Macierz jako liczba zespolona	11
1.1.2. Macierze o specjalnej strukturze	11
1.1.3. Niektóre wartości liczbowe tworzone z elementów macierzy	14
1.1.4. Transpozycja macierzy	15
1.2. Podstawowe działania na macierzach	15
1.2.1. Równość dwóch macierzy	15
1.2.2. Iloczyn macierzy i liczby	16
1.2.3. Suma macierzy	16
1.2.4. Różnica macierzy	17
1.2.5. Iloczyn dwóch macierzy	17
1.2.6. Iloczyn macierzy blokowych	19
1.2.7. Kontrole sumowe iloczynu	19
1.2.8. Iloczyn trzech lub większej liczby macierzy	21
1.2.9. Mnożenie wektorów	22
1.2.10. Forma kwadratowa	22
1.2.11. Macierze o specjalnych właściwościach	22
1.3. Inne działania na macierzach	23
1.3.1. Rozkład macierzy na czynniki trójkątne lub trapezowe	23
1.3.2. Rozkład macierzy symetrycznej na czynniki trójkątne	24
1.3.3. Odwrotność macierzy	25
1.3.4. Niektóre zależności obowiązujące przy wyznaczaniu odwrotności macierzy kwadratowych o specjalnej strukturze	26
1.3.5. Obliczanie odwrotności macierzy kwadratowej	27
1.3.6. Obliczanie odwrotności macierzy prostokątnych	35
1.3.7. Niektóre własności odwrotności macierzy prostokątnych	37
1.3.8. Różniczkowanie macierzy	38
1.4. Niektóre pojęcia algebry krakowianów oraz związków macierzy i krakowianów	39
1.4.1. Podstawowe określenia oraz oznaczenia krakowianów	39
1.4.2. Podstawowe działania na krakowianach	41
1.4.3. Rozkład krakowianu na czynniki elementarne	43
1.4.4. Odwrotność krakowianu	46
1.4.5. Związek między iloczynem krakowianów i iloczynem macierzy	51

2. PROBABILISTYCZNE PODSTAWY OPRACOWANIA WYNIKÓW POMIARÓW GEODEZYJNYCH	54
2.1. Zdarzenia losowe i prawdopodobieństwo	54
2.1.1. Pomiary oraz ich błędy	54
2.1.2. Elementy algebry zdarzeń	55
2.1.3. Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa	57
2.1.4. Podstawowe własności prawdopodobieństwa	57
2.1.5. Metody obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń	58
2.1.6. Prawdopodobieństwo warunkowe. Zdarzenia niezależne	61
2.1.7. Prawdopodobieństwo całkowite. Wzór Bayesa	64
2.2. Zmienne losowe jednowymiarowe	65
2.2.1. Pojęcia ogólne	65
2.2.2. Dystrybuanta zmiennej losowej	66
2.2.3. Zmienne losowe typu skokowego	67
2.2.4. Zmienne losowe typu ciągłego	69
2.2.5. Funkcje zmiennych losowych	71
2.2.6. Kompozycja rozkładów prawdopodobieństwa	75
2.2.7. Niektóre rozkłady zmiennych losowych typu skokowego	78
2.2.8. Niektóre rozkłady zmiennych losowych typu ciągłego	82
2.2.9. Wybrane rozkłady związane z rozkładem normalnym	92
2.3. Charakterystyki liczbowe jednowymiarowych zmiennych losowych	101
2.3.1. Pojęcia ogólne	101
2.3.2. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	101
2.3.3. Podstawowe własności wartości oczekiwanej	102
2.3.4. Wartości oczekiwane w wybranych rozkładach zmiennych losowych	104
2.3.5. Wariancja i odchylenie standardowe zmiennej losowej	107
2.3.6. Podstawowe własności wariancji	108
2.3.7. Wariancja w wybranych rozkładach zmiennych losowych	109
2.3.8. Momenty zmiennej losowej	112
2.4. Zmienne losowe wielowymiarowe	114
2.4.1. Określenie zmiennej losowej dwuwymiarowej	114
2.4.2. Dystrybuanta dwuwymiarowej zmiennej losowej	114
2.4.3. Dwuwymiarowe zmienne losowe typu skokowego	116
2.4.4. Dwuwymiarowe zmienne losowe typu ciągłego	120
2.4.5. Dystrybuanta i rozkład prawdopodobieństwa n -wymiarowej zmiennej losowej	124
2.4.6. Funkcje wielowymiarowych zmiennych losowych	126
2.4.7. Niektóre rozkłady wielowymiarowych zmiennych losowych	133
2.5. Charakterystyki liczbowe wielowymiarowych zmiennych losowych	136
2.5.1. Momenty dwuwymiarowej zmiennej losowej	136
2.5.2. Współczynnik korelacji	139
2.5.3. Regresja pierwszego rodzaju	143
2.5.4. Regresja drugiego rodzaju	147
2.5.5. Charakterystyki liczbowe dwuwymiarowej zmiennej losowej o rozkładzie normalnym	149
2.5.6. Szczególne przypadki dwuwymiarowego rozkładu normalnego	155
2.5.7. Charakterystyki liczbowe n -wymiarowej zmiennej	157
2.5.8. Warunkowa wartość oczekiwana oraz regresja drugiego rodzaju w n -wymiarowych rozkładach zmiennych losowych	161
2.5.9. Wyznaczanie wartości oczekiwanej oraz wariancji funkcji zmiennych losowych drogą linearyzacji tych funkcji	163

2.6. Prawo wielkich liczb	165
2.6.1. Uwagi wstępne	165
2.6.2. Nierówność Czebyszewa	166
2.6.3. Twierdzenie Czebyszewa	167
2.6.4. Twierdzenie Bernoulliego	168
2.7. Twierdzenia graniczne	168
2.7.1. Twierdzenie Moivre'a—Laplace'a	168
2.7.2. Twierdzenie Lindeberga—Levy'ego	170
2.7.3. Centralne twierdzenie Lapunowa	170
2.8. Estymacja parametrów zmiennych losowych	171
2.8.1. Populacja generalna i populacja próbna	171
2.8.2. Estymatory i ich klasyfikacja	175
2.8.3. Estymacja wartości oczekiwanej	176
2.8.4. Estymacja wariancji	177
2.8.5. Metody wyznaczania estymatorów	179
2.8.6. Estymatory przedziałowe	182
2.8.7. Estymatory parametrów wielowymiarowych zmiennych losowych	191
2.8.8. Estymacja współczynnika korelacji oraz współczynników regresji liniowej na podstawie próbki z dwuwymiarowej populacji normalnej	192
2.9. Weryfikacja hipotez statystycznych	195
2.9.1. Pojęcie hipotezy statystycznej	195
2.9.2. Weryfikacja hipotez parametrycznych	196
2.9.3. Badanie zgodności empirycznych rozkładów z modelami	201
2.9.4. Analizy rozkładów błędów pomiarów geodezyjnych	207
3. ZASTOSOWANIE METODY NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW DO OPRACOWANIA WYNIKÓW POMIARÓW GEODEZYJNYCH	216
3.1. Prawo przenoszenia się błędów średnich	216
3.1.1. Błąd średni funkcji zależnych wyników pomiarów	216
3.1.2. Błąd średni funkcji niezależnych wyników pomiarów	216
3.1.3. Waga oraz błąd średni wyniku pomiaru o jednostkowej wadze	218
3.1.4. Uogólnienie prawa przenoszenia się błędów średnich	220
3.2. Opracowanie bezpośrednich wyników pomiarów	225
3.2.1. Wyrównanie jednakowo dokładnych wyników pomiarów	225
3.2.2. Wyrównanie niejednakowo dokładnych wyników pomiarów	228
3.3. Wyrównanie wyników pomiarów metodą pośredniczącą (parametryczną)	235
3.3.1. Równania poprawek	235
3.3.2. Linearyzacja równań poprawek	236
3.3.3. Układ równań normalnych	237
3.3.4. Statystyczna interpretacja wyników wyrównania	238
3.3.5. Ocena dokładności	240
3.3.6. Zastosowanie estymatorów przedziałowych do oceny dokładności wyników wyrównania	241
3.3.7. Wyrównanie skorelowanych wyników pomiarów	242
3.3.8. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do wyrównania metodą pośredniczącą	243
3.4. Wyrównanie wyników pomiarów metodą korelat	257
3.4.1. Równania warunkowe	257
3.4.2. Linearyzacja równań warunkowych	258
3.4.3. Układ równań normalnych korelat	259
3.4.4. Statystyczna interpretacja wyników wyrównania	260
3.4.5. Ocena dokładności	261

3.4.6. Zastosowanie estymatorów przedziałowych do oceny dokładności wyników wyrównania	262
3.4.7. Uwagi o wyrównaniu skorelowanych wyników pomiarów	263
3.4.8. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza przy wyrównaniu metodą korelat	263
3.4.9. Typy równań warunkowych w sieciach geodezyjnych	264
3.5. Wyrównanie metodą pośredniczącą z warunkami wiążącymi wyznaczone niewiadome	275
3.5.1. Układ równań poprawek i równań warunkowych wiążących niewiadome	275
3.5.2. Wyznaczanie wektorów niewiadomych	275
3.5.3. Statystyczna interpretacja wyników wyrównania	277
3.5.4. Ocena dokładności	278
3.5.5. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do wyrównania metodą pośredniczącą z warunkami wiążącymi niewiadome	278
3.5.6. Rozwiązanie układu równań poprawek drogą eliminacji części niewiadomych	280
3.6. Wyrównanie metodą korelat z niewiadomymi	282
3.6.1. Równania warunkowe z niewiadomymi	282
3.6.2. Wyznaczenie wektora niewiadomych X i wektora poprawek V	283
3.6.3. Statystyczna interpretacja wyników wyrównania	283
3.6.4. Ocena dokładności	284
3.6.5. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do wyrównania metodą korelat z niewiadomymi	285
3.6.6. Przekształcenie równań warunkowych z niewiadomymi w równania poprawek funkcji wyników pomiarów	287
3.7. Etapowe i wielogrupowe wyrównanie wyników pomiarów metodą parametryczną	289
3.7.1. Etapowe (sekwencyjne) wyrównanie wyników pomiarów	289
3.7.2. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do sekwencyjnego wyrównania metodą parametryczną	292
3.7.3. Zastosowanie metody korelat z niewiadomymi do sekwencyjnego wyrównania wyników pomiarów	299
3.7.4. Statystyczna interpretacja wyników sekwencyjnego wyrównania	300
3.7.5. Zastosowanie metody korelat do sekwencyjnego wyrównania dołączanych wyników pomiarów	302
3.7.6. Statystyczna interpretacja wyników wyrównania po uwzględnieniu dodatkowych pomiarów	303
3.7.7. Wielogrupowe (równoległe) wyrównanie wyników pomiarów	305
3.7.8. Statystyczna interpretacja wyników wielogrupowego wyrównania	308
3.7.9. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do wielogrupowego wyrównania	310
3.8. Wielogrupowe wyrównanie wyników pomiarów metodą korelat	317
3.8.1. Ogólne zasady wielogrupowego wyrównania metodą korelat	317
3.8.2. Zastosowanie algorytmu Banachiewicza przy wielogrupowym wyrównaniu wyników pomiarów metodą korelat	318
3.9. Zastosowanie obszarów ufności do oceny dokładności funkcji wyrównywanych wielkości	323
3.9.1. Elipsoida ufności dla wektora funkcji wielkości wyrównanych metodą pośredniczącą	323
3.9.2. Wyznaczenie elipsy ufności dla wektora współrzędnych pojedynczego punktu	324
3.9.3. Wyznaczanie elips ufności dla wektorów współrzędnych w sieciach wielopunktowych	328
Tablice	330
Literatura	337
Skorowidz	340