

Spis treści

PRZEDMOWA DO POLSKIEGO WYDANIA xi

WSTĘP xiii

DO STUDENTÓW xxii

KALKULATORY, KOMPUTERY I INNE URZĄDZENIA GRAFICZNE xxiv

TESTY DIAGNOSTYCZNE xxvi

Przegląd analizy matematycznej 1

1 Funkcje i granice

9

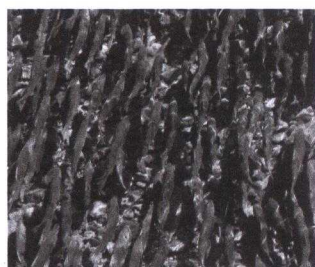


- 1.1. Cztery sposoby przedstawiania funkcji 10
- 1.2. Modele matematyczne: katalog podstawowych funkcji 23
- 1.3. Nowe funkcje ze starych funkcji 36
- 1.4. Zagadnienie prostej stycznej i prędkości 45
- 1.5. Granica funkcji 50
- 1.6. Obliczanie granic za pomocą praw 62
- 1.7. Precyzyjna definicja granicy 72
- 1.8. Ciągłość 82
- Powtórzenie 94

Zasady rozwiązywania zadań 98

2 Pochodne

105



- 2.1. Pochodne i szybkości zmian 106
 - Projekt pisemny • Wczesne metody znajdowania stycznych 117
- 2.2. Pochodna jako funkcja 117
- 2.3. Wzory na obliczanie pochodnych 130
 - Projekt praktyczny • Budowanie lepszej kolejki górskiej 144
- 2.4. Pochodne funkcji trygonometrycznych 144
- 2.5. Pochodna funkcji złożonej 152
 - Projekt praktyczny • Gdzie pilot powinien rozpocząć schodzenie? 161
- 2.6. Obliczanie pochodnej metodą niejawną (pochodna funkcji uwikłanej) 161
 - Projekt laboratoryjny • Rodziny krzywych uwikłanych 168

- 2.7. Szybkość zmian w naukach przyrodniczych i społecznych 169
- 2.8. Powiązane szybkości 181
- 2.9. Aproksymacja liniowa i różniczki 188
 - Projekt laboratoryjny • Wielomiany Taylora 194
 - Powtórzenie 195
- Dodatkowe zadania 200**

3**Zastosowania pochodnych****203**

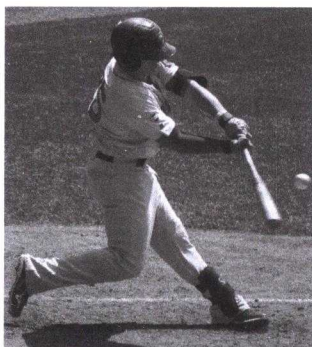
- 3.1. Wartości maksymalne i minimalne 204
 - Projekt praktyczny • Analiza tęczy 213
- 3.2. Twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej 215
- 3.3. Jaki wpływ na kształt wykresu mają pochodne? 221
- 3.4. Granice w nieskończoności; asymptoty poziome 231
- 3.5. Podsumowanie szkicowania krzywych 244
- 3.6. Rysowanie wykresów z użyciem rachunku różniczkowego oraz kalkulatorów 251
- 3.7. Zadania optymalizacyjne 258
 - Projekt praktyczny • Kształt puszki 270
 - Projekt praktyczny • Samoloty i ptaki: minimalizowanie energii 271
- 3.8. Metoda Newtona 272
- 3.9. Funkcje pierwotne 278
 - Powtórzenie 285
- Dodatkowe zadania 289**

4**Całki****293**

- 4.1. Pole powierzchni i pokonane odległości 294
- 4.2. Całka oznaczona 306
 - Projekt badawczy • Funkcje pola 319
- 4.3. Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego 320
- 4.4. Całki nieoznaczone i twierdzenie o zmianie netto 330
 - Projekt pisemny • Newton, Leibniz i wynalezienie całki 339
- 4.5. Reguła podstawiania 340
 - Powtórzenie 348
- Dodatkowe zadania 352**

5 Zastosowanie całek

355

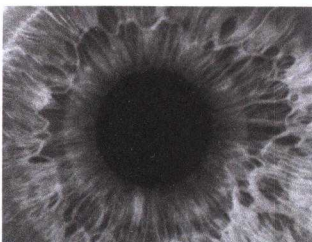


- 5.1. Pola między krzywymi 356
Projekt praktyczny • Współczynnik Giniego 364
- 5.2. Objętości 366
- 5.3. Objętości wyrażone za pomocą powłok cylindrycznych (pierścieni) 377
- 5.4. Praca 383
- 5.5. Wartość średnia funkcji 389
Projekt praktyczny • Rachunek całkowy i baseball 392
Powtórzenie 393
- Dodatkowe zadania 395**

6 Funkcje odwrotne

399

Funkcje wykładnicze, logarytmiczne i cyklometryczne



- 6.1. Funkcje odwrotne 400
Wykłady mogą obejmować podrozdziały 6.2–6.4 lub podrozdziały 6.2*–6.4*. Zobacz *Wstęp*.
- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> 6.2. Funkcje wykładnicze i ich pochodne 408 6.3. Funkcje logarytmiczne 421 6.4. Pochodne funkcji logarytmicznych 428 | <ul style="list-style-type: none"> 6.2.* Funkcja logarytm naturalny 438 6.3.* Funkcja eksponencjalna 447 6.4.* Ogólne funkcje logarytmiczne i wykładnicze 455 |
|--|--|
- 6.5. Wzrost wykładniczy i rozpad wykładniczy 466
Projekt praktyczny • Kontrola utraty krwinek podczas operacji 473
 - 6.6. Funkcje cyklometryczne 474
Projekt praktyczny • Gdzie siedzieć w kinie 483
 - 6.7. Funkcje hiperboliczne 484
 - 6.8. Symbole nieoznaczone i reguła de l'Hospitala 491
Projekt pisemny • Pochodzenie reguły de l'Hospitala 503
Powtórzenie 503
 - Dodatkowe zadania 508**

7 Metody całkowania

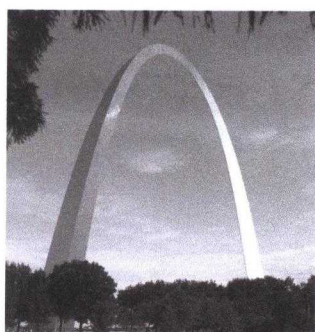
511



- 7.1. Całkowanie przez części 512
- 7.2. Całki funkcji trygonometrycznych 519
- 7.3. Podstawienia trygonometryczne 526
- 7.4. Całkowanie funkcji wymiernych przy użyciu ułamków prostych 533
- 7.5. Strategia całkowania 543
- 7.6. Całkowanie z użyciem tablic i systemów algebry komputerowej 548
 - Projekt badawczy • Wzorce występujące w całkach 553
- 7.7. Obliczanie przybliżonej wartości całek 554
- 7.8. Całki niewłaściwe 567
 - Powtórzenie 577
- Dodatkowe zadania 580

8 Dalsze zastosowania całkowania

583



- 8.1. Długość łuku 584
 - Projekt badawczy • Konkurs na długość łuku 590
- 8.2. Pole powierzchni obrotowej 591
 - Projekt badawczy • Obrót wokół prostej skośnej 597
- 8.3. Zastosowania w fizyce i technice 598
 - Projekt badawczy • Uzupełniające się kubki do kawy 608
- 8.4. Zastosowania w ekonomii i biologii 609
- 8.5. Prawdopodobieństwo 613
 - Powtórzenie 621
- Dodatkowe zadania 623

9 Równania różniczkowe

625



- 9.1. Modelowanie za pomocą równań różniczkowych 626
- 9.2. Pola kierunków i metoda Eulera 631
- 9.3. Równania o rozdzielonych zmiennych 639
 - Projekt praktyczny • Jak szybko opróżnia się zbiornik? 648
 - Projekt praktyczny • Co jest szybsze: wznoszenie się czy spadanie? 649
- 9.4. Modele wzrostu populacji 650
- 9.5. Równania liniowe 660

9.6. Układ drapieżnik-ofiara 667

Powtórzenie 674

Dodatkowe zadania 677

10 Równania parametryczne i współrzędne biegunowe 679

10.1. Krzywe określone równaniami parametrycznymi 680

Projekt laboratoryjny • Punkty krążące wokół okręgów 688

10.2. Rachunek różniczkowy i całkowy krzywych parametrycznych 689

Projekt laboratoryjny • Krzywe Béziera 697

10.3. Współrzędne biegunowe 698

Projekt laboratoryjny • Rodziny krzywych we współrzędnych biegunowych 708

10.4. Pola i długości we współrzędnych biegunowych 709

10.5. Krzywe stożkowe 714

10.6. Krzywe stożkowe we współrzędnych biegunowych 722

Powtórzenie 729

Dodatkowe zadania 732

11 Ciągi i szeregi nieskończone 733

11.1. Ciągi 734

Projekt laboratoryjny • Ciągi logistyczne 747

11.2. Szeregi 747

11.3. Kryterium całkowite i szacowanie sum 759

11.4. Kryteria porównawcze i ilorazowe 767

11.5. Szeregi naprzemienne 772

11.6. Zbieżność bezwzględna, kryteria d'Alemberta i Cauchy'ego 777

11.7. Strategia badania szeregów 784

11.8. Szeregi potęgowe 786

11.9. Przedstawianie funkcji w postaci szeregów potęgowych 792

11.10. Szereg Taylora i szereg Maclaurina 799

Projekt laboratoryjny • Nieuchwytna granica 813

Projekt pisemny • Jak Newton odkrył szereg dwumianowy 813

11.11. Zastosowania wielomianów Taylora 814

Projekt praktyczny • Promieniowanie gwiazd 823

Powtórzenie 824

Dodatkowe zadania 827

Dodatki

A1

- A** Liczby, nierówności i wartości bezwzględne A2
- B** Geometria analityczna i linie proste A10
- C** Wykresy równań drugiego stopnia A16
- D** Trygonometria A24
- E** Notacja sigma A34
- F** Dowody twierdzeń A39
- G** Liczby zespolone A46
- H** Odpowiedzi do zadań o numerach nieparzystych A55

Zestawienie wzorów i odpowiedzi do sprawdzianu pojęć A111