

SPIS TREŚCI

	Str.
Wstęp	9
1. WYKRESY OPERACYJNE	11
1.1. Ogólne zasady budowy	11
1.2. Programy otwarte	13
1.3. Programy zamknięte	15
1.3.1. Programy cykliczne	15
a) Sterowanie pętlą według wartości charakterystycznej zmiennej	16
b) Sterowanie pętlą przy pomocy licznika obiegów	16
c) Sterowanie pętlą według wartości argumentu	19
1.3.2. Programy iteracyjne	20
1.4. Proste przykłady wykresów operacyjnych	21
2. ITERACYJNE METODY ROZWIĄZANIA RÓWNANIA JEDNEJ ZMIENNEJ	26
2.1. Metoda stycznych Newtona-Raphsona	26
2.2. Metoda siecznych	29
2.3. Metoda siecznych z przyspieszeniem zbieżności	32
2.4. Metoda podziału przedziału, w którym występuje punkt przecięcia	35
2.5. Metoda podziału przedziału, w którym występuje punkt przecięcia, z przyspieszeniem zbieżności.	37
2.6. Ogólne warunki zbieżności metod iteracyjnych	39
3. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH. WARTOŚCI I WEKTORY WŁASNE MACIERZY. .	42
3.1. Metody bezpośrednie	43
3.1.1. Metoda Gaussa	43
a) Metody optymalnej eliminacji	47
b) Inne sposoby usprawnienia metody bezpośredniej	49
3.1.2. Metody transformacji macierzy A	51
a) Wyznaczanie macierzy G przez rozkład macierzy A na dwie trójkątne	51
b) Metoda Banachiewicza pierwiastków kwadratowych	55
3.1.3. Odwracanie macierzy	57
a) Podział macierzy dowolnej na macierze trójkątne	58
b) Podział macierzy symetrycznej na macierze trójkątne	59

3.2. Metody iteracyjne	60
3.2.1. Metody iteracji prostych	62
a) Metoda kolejnych przybliżeń	63
b) Metoda Jacobi'ego	64
c) Metoda Gaussa-Seidela	65
d) Metoda Niekrasowa	66
3.2.2. Metody gradientowe	68
a) Metoda największego spadku	69
b) Metoda minimalizacji modułu wektora defektu	70
3.2.3. Metody relaksacyjne	72
3.3. Wyznaczniki	75
3.4. Wartości i wektory własne macierzy	77
3.4.1. Wiadomości ogólne	77
3.4.2. Metody szacowania lub obliczania pojedynczych wartości własnych	80
3.4.3. Metoda Jacobi'ego obliczania wartości własnych macierzy symetrycznych	84
3.4.4. Metoda Householdera przekształcania macierzy niesymetrycznych	88
4. UKŁADY RÓWNAŃ NIELINIOWYCH	96
4.1. Metoda Newtona	96
4.2. Metoda iteracyjna	98
4.3. Metoda gradientowa	99
5. WIELOMIANY POTĘGOWE	100
5.1. Działania na wielomianach	100
a) Dodawanie i odejmowanie	100
b) Mnożenie	101
c) Dzielenie	101
d) Różniczkowanie wielomianu	103
e) Całkowanie wielomianu	103
5.2. Miejsca zerowe wielomianów	103
5.3. Postać uogólniona wielomianu	109
6. PODSTAWY RACHUNKU RÓŻNICOWEGO	110
6.1. Różnice	110
6.2. Związki między różnicami	111
6.3. Ilorazy różnicowe	113
6.4. Formowanie bloków różnic i ilorazów różnicowych w pamięci maszyny	114
7. INTERPOLACJA	117
7.1. Wzór interpolacyjny Lagrange'a	118
7.2. Metoda Aitkena	120

7.3. Metoda ilorazów różnicowych	123
7.4. Uogólnienie wzorów interpolacyjnych opartych o różnice zwykłe	124
7.4.1. Wzory interpolacji oparte o różnice zwykłe ko- lejnych rzędów	124
a) Ogólny wzór interpolacji	124
b) Interpolacja wprzód ($x_0 < x < x_1$) oraz ekstrapo- lacja ($x < x_0$)	125
c) Interpolacja wstecz ($x_{N-1} < x < x_N$) oraz ekstra- polacja ($x > x_N$)	126
d) Interpolacja z ograniczeniem dolnym	126
e) Interpolacja z ograniczeniem górnym	127
7.4.2. Wzory interpolacji oparte o różnice zwykłe rzędów parzystych	127
a) Ogólny wzór interpolacji	127
b) Interpolacja wprzód ($x_0 < x < x_1$) lub ekstrapola- cja ($x < x_0$)	128
c) Interpolacja wstecz ($x_{N-1} < x < x_N$) lub ekstra- polacja ($x > x_N$)	128
d) Interpolacja z ograniczeniem dolnym	129
e) Interpolacja z ograniczeniem górnym	129
7.4.3. Algorytmy interpolacji	130
7.4.4. Porównanie niektórych metod interpolacji	130
7.5. Interpolacja funkcji dwóch zmiennych	131
8. APROKSYMACJA	133
8.1. Aproksymacja przez rozwinięcie w szereg	134
a) Aproksymacja przy pomocy wzoru Maclaurina	134
b) Aproksymacja przy pomocy wzoru Taylora	135
8.2. Aproksymacja według minimum średniego błędu kwadratowego	136
8.2.1. Aproksymacja funkcji określonej wzorem	136
8.2.2. Aproksymacja funkcji określonej tabelarycznie	137
8.2.3. Wagi przedziałów funkcji aproksymowanej	140
8.3. Aproksymacja przy zastosowaniu wielomianów ortogonalnych	141
8.3.1. Aproksymacja funkcji określonej wzorem	141
a) Wielomiany Czebyszewa	145
b) Wielomiany Lagendre'a	151
c) Wielomiany Laguerre'a	152
d) Wielomiany Hermite'a	153
8.3.2. Aproksymacja funkcji określonej tabelarycznie	154
8.4. Analiza harmoniczna. Szeregi Fourier	156
8.5. Aproksymacja według najmniejszych odchyleń. Najlepsze przy- bliżenie	161
8.5.1. Najlepsze przybliżenie funkcji dyskretnej	161
8.5.2. Najlepsze przybliżenie funkcji ciągłej	164

	Str.
9. RÓŻNICZKOWANIE NUMERYCZNE	165
9.1. Różniczkowanie w oparciu o wzory interpolacyjne	165
9.1.1. Różniczkowanie w oparciu o wzór Lagrange'a	166
9.1.2. Różniczkowanie w oparciu o ilorazy różnicowe	169
9.1.3. Różniczkowanie w oparciu o wzór Newtona-Gregory	170
9.1.4. Różniczkowanie w oparciu o różnice zwykłe kolejnych rzędów	170
9.1.5. Różniczkowanie w oparciu o różnice zwykłe rzędów parzystych	173
9.2. Pochodne w węzłach interpolacji	175
10. CAŁKOWANIE NUMERYCZNE	177
10.1. Całki oznaczone	181
10.1.1. Metoda Cotesa	181
a) Metoda trapezów	184
b) Metoda Simpsona	185
10.1.2. Metoda Czebyszewa	187
10.1.3. Metoda Gaussa	191
10.1.4. Całkowanie funkcji określonej tabelarycznie	200
a) Jednakowe odstępów zmiennej niezależnej	200
b) Różne odstępów zmiennej niezależnej	201
10.2. Całki jako funkcje górnej granicy całkowania	203
10.3. Całki w przedziale niewłaściwym	204
10.3.1. Całki o jednej granicy niewłaściwej	204
10.3.2. Całki o obu granicach niewłaściwych	210
10.4. Całki z punktami nieciągłości w przedziale całkowania	215
a) Sposób bezpośredni	216
b) Sposób pośredni	216
11. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE	218
11.1. Równania różniczkowe zwyczajne z warunkami początkowymi	218
11.1.1. Metody pojedynczego kroku	219
a) Metoda łamanych dla równań 1-go rzędu (Eulera)	219
b) Ulepszona metoda łamanych dla równań 1-go rzędu	222
c) Metoda Runge-Kutty dla równań różniczkowych n-go rzędu	225
d) Metoda Runge-Kutty dla układów równań różni- czkowych 1-go rzędu	230
11.1.2. Metody różnicowe	233
a) Metoda ekstrapolacyjna Adamsa dla $n = 1$	234
b) Metoda interpolacyjna Adamsa dla $n = 1$	238
c) Metoda ekstrapolacyjno-interpolacyjna dla $n=1$	242
d) Metody różnicowe rozwiązywania układów rów- nań różniczkowych 1-go rzędu	243

e) Metody różnicowe rozwiązywania bezpośredniego równań różniczkowych wyższych rzędów	244
11.2. Zagadnienia brzegowe równań różniczkowych zwyczajnych .	253
11.2.1. Metoda sprowadzenia do warunków początkowych . .	253
a) Zagadnienie brzegowe liniowe	253
b) Zagadnienie brzegowe nieliniowe	255
11.2.2. Metody różnicowe	255
a) Metoda układu równań	256
b) Metoda zwrotnego przejścia	260
c) Powiększenie dokładności metod różnicowych .	263
11.2.3. Inne metody rozwiązania zagadnienia brzegowego	264
a) Metoda kolokacji	264
b) Metoda najmniejszych kwadratów	265
c) Metoda Galerkina	266
d) Uogólnienie na dowolne zagadnienie brzegowe	267
12. ZAGADNIENIA POCZĄTKOWE I BRZEGOWE RÓWNAŃ RÓZNICZKOWYCH CZĄST- KOWYCH	268
12.1. Równania typu parabolicznego	273
12.1.1. Schematy różnicowe czteropunktowe	274
a) Różnice zwykłe	274
b) Różnice centralne	277
c) Różnice wsteczne	278
12.1.2. Metoda zwrotnego przejścia dla różnic wstecz- nych	279
12.1.3. Metoda Crank-Nicolsona	281
12.1.4. Równanie 3-ch zmiennych	282
12.2. Równania typu hiperbolicznego	283
12.2.1. Metoda charakterystyk	284
12.2.2. Metoda siatek prostokątnych	288
a) Warunki początkowe	289
b) Warunki mieszane	291
12.3. Równania typu eliptycznego. Ogólne zasady rozwiązania .	293
12.4. Numeryczne rozwiązanie zadania Dirichlet'a	295
Bibliografia	305