

Spis treści

Wstęp	13
Rozdział 1. Powtórka z matematyki	15
Potęgowanie i pierwiastkowanie	15
Potęgowanie	15
Pierwiastkowanie	16
Logarytmy	16
Logarytm $\log_a b$	16
Logarytm naturalny $\ln a$	17
Logarytm dziesiętny $\log_{10} a$ albo $\lg a$	17
Przeliczanie logarytmów	17
Logarytmy w JavaScript	18
Trygonometria	18
Miary kąta	19
Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie	21
Funkcje trygonometryczne kąta pełnego	21
Funkcje cyklometryczne	23
Funkcje hiperboliczne	25
Układ współrzędnych w JavaScript	25
Inne	25
Rozdział 2. Teoria informacji — podstawowe pojęcia	27
Różnorodność	27
Prawdopodobieństwo	29
Entropia	30
Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań	33
Wprowadzenie	33
Spójniki jednoargumentowe	34
verum	34
falsum	35
assert	35
!	36
Spójniki dwuargumentowe	37
&&	37
.....	39
NAND	39
NOR	40
XOR	40
NXOR	41
IMP	42
IMPR	42

Inne spójniki	43
activ	43
deactiv	44
Rozdział 4. Logiki trójwartościowe	45
Przykłady użycia	49
Koniunkcja	49
Alternatywa	49
Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne	51
Liczby binarne	51
Operatory binarne	53
Operator iloczynu bitowego &	53
Operator sumy bitowej 	54
Operator bitowej różnicy symetrycznej ^	55
Operator negacji bitowej ~	55
Operator przesunięcia bitowego w lewo <<	56
Operator przesunięcia bitowego w prawo >>	56
Operator przesunięcia bitowego w prawo z uzupełnieniem zerami >>>	57
Zastosowania operacji binarnych	58
Sprawdzanie parzystości	58
Maskowanie binarne	58
Włączanie bitów	59
Wyłączanie bitów	59
Odwracanie bitów	60
Sprawdzanie wartości bitu	60
Wycinanie bitów	60
Flagi binarne	61
Zegar binarny	63
Kod BCD	63
Zapis czasu	63
Przykład	65
Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory	67
Liczby heksadecymalne	67
Kolory RGB i RGBA	69
Kolory HSL	71
Przykłady	72
Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów	73
Zbiór	73
Operacje na zbiorach	74
Dopełnienie zbioru	74
Suma zbiorów	74
Iloczyn zbiorów	75
Różnica zbiorów	75
Różnica symetryczna zbiorów	75
Zawieranie się zbiorów	76
Kompozycja kolorów	77
Obliczenia	79
Reguły Portera-Duffa	81
copy	81
destination-atop	81
destination-in	82
destination-out	82
destination-over	83

lighter	83
source-atop	84
source-in	84
source-out	85
source-over	85
xor	86
Rozdział 8. Liczby pierwsze	87
Generowanie liczb pierwszych	87
Liczba pierwsza większa od n	87
Liczba pierwsza Eulera	88
Liczba pierwsza Mersenne'a	88
Liczby pierwsze w podanym zakresie	89
Testy pierwszości	90
Małe liczby	90
Duże liczby	90
Faktoryzacja	91
Dodatki	92
Rozdział 9. Liczby i ciąg Fibonacciego	93
Liczba φ	93
Ciąg Fibonacciego	94
Definicja	94
Granica	94
Wzór Bineta	95
Algorytmy	96
Powtórka z matematyki	97
Właściwości	101
Zastosowania i występowanie	107
Muzyka	107
Literatura	107
Ekonomia	107
Informatyka	108
Dodatki	108
Rozdział 10. Kombinatoryka	109
Silnia	109
Rozkład dwumianowy	109
Rzut jedną monetą	109
Rzut dwiema monetami	110
Rzut trzema monetami	111
Rzut czterema monetami	111
Rzut n monetami	111
Trójkąt Pascala	112
Prawdopodobieństwo wyrzucenia	113
Symbol Newtona	114
Dwumian Newtona	114
Kombinacje	115
Kombinacje bez powtórzeń	115
Kombinacje z powtórzeniami	116
Wariacje	117
Wariacje bez powtórzeń	117
Wariacje z powtórzeniami	118
Permutacje	119
Permutacje bez powtórzeń	119
Permutacje z powtórzeniami	120

Co wybrać?	121
Przykład 1.	121
Przykład 2.	121
Przykład 3.	122
Przykład 4.	122
Liczby Stirlinga II rodzaju (dla podzbiorów)	122
Rozmieszczenie kul w urnach	124
Inwersje (permutacje bez punktów stałych)	134
Liczby Catalana	135
Łączenie nawiasami	136
Liczby Bella	136
Tworzenie niepustych podzbiorów	137
Dodatki	138

Rozdział 11. Statystyka — praca z danymi 139

Dane	139
Długość	139
Waga	139
Porządkowanie danych	140
Szereg rozdzielczy jednostopniowy	140
Szereg rozdzielczy wielostopniowy	141
Wykresy danych	143
Histogram	143
Wykres kołowy	145
Wykres liniowy	148
Porównanie danych	148
Długość samic	148
Długość samców	149
Waga samic	149
Waga samców	149
Ocena danych	149
Min, max, rozstęp	150
Suma	151
Wskaźnik struktury	152
Wskaźnik natężenia	152
Średnia arytmetyczna	153
Dominanta	154
Percentyle	154
Wariancja	156
Odchylenie standardowe	158
Współczynnik zmienności	159
Momenty średniej	159
Inne współczynniki	162
Materiały dodatkowe	162

Rozdział 12. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa 163

Wskaźnik Margalefa	163
Wskaźnik Simpsona	164
Wskaźnik Shannona-Wienera	165
Wskaźnik Pielou	166
Wskaźnik Jaccarda	167
Wskaźnik Sorensona	168
Wersja 1.	168
Wersja 2.	169
Wskaźnik Euklidesa	170

Rozdział 13. Równania prostej	171
Postać ogólna	171
Postać kierunkowa	173
Praca z obiektem Line	174
Równoległość prostych	177
Odległość prostych równoległych	178
Prostopadłość prostych	178
Kąt między prostymi	180
Punkt przecięcia prostych	181
Odległość punktu od prostej	181
Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt	182
Wyznaczanie punktów na prostej	185
Rozdział 14. Wektory	187
Skalary	187
Wektory dwuwymiarowe 2d	187
Współrzędne kartezjańskie a biegunowe	188
Długość wektora	188
Kąt wektora	189
Dodawanie wektorów	190
Odejmowanie wektorów	191
Skalowanie wektora	191
Normalizacja wektora	192
Iloczyn skalarny wektorów	192
Normalna wektora	193
Kąt między wektorami	194
Iloczyn wektorowy	195
Wektory 3d	195
Rozdział 15. Macierze	197
Klasa Matrix	197
Użycie konstruktorów	198
Zerowanie macierzy	199
Typy macierzy	199
Macierz jednostkowa	199
Macierze wektorowe	200
Macierz kwadratowa	200
Operacje na macierzach	200
Sprawdzanie równości macierzy	200
Dodawanie macierzy	201
Odejmowanie macierzy	202
Mnożenie skalarne	202
Mnożenie macierzy	202
Obliczanie wyznacznika macierzy	205
Transpozycja macierzy	209
Dzielenie macierzy	210
Macierz odwrotna	210
Rozwiązanie prostego równania	214
Rozdział 16. Przekształcenia afiniczne	217
Translacja	217
Skalowanie	219
Obrót	221
Obrót względem punktu (0,0)	221
Odbicie	223
Względem osi X	223
Względem osi Y	223

Względem osi X i osi Y	223
Względem prostej przechodzącej przez $P(0,0)$	225
Przekrzywienie (pochylenie)	226
Przekrzywienie wzdłuż osi X	226
Przekrzywienie wzdłuż osi Y	227
Przekształcenia złożone	228
Obrót względem punktu, który nie jest punktem $P(0,0)$	228
Obrót w miejscu	230
Skalowanie w miejscu	231
Odbicie względem prostej nieprzechodzącej przez punkt $P(0,0)$	234
Przekrzywienie względem środka ciężkości figury	235
Składanie macierzy przekształceń	238
Rozdział 17. Liczby zespolone	241
Równość liczb zespolonych	242
Postać algebraiczna	242
Dodawanie	243
Odejmowanie	243
Mnożenie	244
Sprzężenie	245
Dzielenie	246
Moduł	246
Argument	247
Postać trygonometryczna	248
Mnożenie	249
Dzielenie	249
Potęgowanie	250
Pierwiastkowanie	252
Odwrotność $1/n$	252
Reprezentacja macierzowa	253
Dodawanie	254
Odejmowanie	254
Mnożenie	254
Transpozycja, sprzężenie	254
Wyznacznik macierzy, moduł liczby	255
Argument	255
Wektory własne macierzy	255
Interpretacja transformacyjna	255
Rozdział 18. Wykresy niektórych krzywych	257
Asteroida	257
Rozeta czterolistna	259
Spirala Archimedesza	260
Kardioida	261
Krzywe Lissajous	261
Epicykloida	262
Hipocykloida	266
Elipsa	269
Inne krzywe	270
Rozdział 19. Krzywe Béziera	271
Wielomiany Bernsteina	271
Definicja	271
Obliczenia	271
Algorytm	275
Właściwości	276

Inne sposoby obliczania	276
Pochodne	277
Krzywa Béziera 1. stopnia	278
Krzywa Béziera 2. stopnia	279
Tworzenie krzywej	279
Obliczenia	280
Algorytm	280
Postać macierzowa	281
Inna definicja	282
Krzywa Béziera 3. stopnia	284
Obliczenia	284
Algorytm	285
Postać macierzowa	285
Inna definicja	287
Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia	288
Krzywa 2. stopnia	288
Krzywa 3. stopnia	289
Krzywe Béziera wyższych stopni	291
Algorytm	291
Wykres	292
Podwyższanie stopnia krzywej	293
Algorytm	293
Wykres	293
Właściwości krzywych Béziera	294
Właściwość 1.	294
Właściwość 2.	294
Właściwość 3.	294
Właściwość 4.	294
Właściwość 5.	295
Właściwość 6.	295
Właściwość 7.	296
Właściwość 8.	302
Właściwość 9.	302
Właściwość 10.	302
Właściwość 11.	302
Właściwość 12.	302
Algorytm de Casteljau	303
Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego t	303
Podział krzywej na dwie krzywe	306
Gładkie połączenie dwóch krzywych	307
Wymierne krzywe Béziera	309
Definicja	309
Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera	309
Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia	312
Algorytm	312
Wykresy	313
Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia	315
Algorytm	315
Wykres	316
Wymierne krzywe Béziera n -tego stopnia	316
Algorytm	316
Wykres	317
Właściwości wymiernych krzywych Béziera	317
Właściwość 1.	317
Właściwość 2.	317

Właściwość 3.	318
Właściwość 4.	318
Właściwość 5.	318
Właściwość 6.	318
Właściwość 7.	318
Właściwość 8.	318
Właściwość 9.	318
Właściwość 10.	318
Właściwość 11.	319
Właściwość 12.	319
Właściwość 13.	319
Właściwość 14.	319

Rozdział 20. Teoria gier 321

Podstawowe pojęcia	321
Teoria gier	321
Gracz	321
Gra	321
Strategia	321
Decyzja	322
Wypłata	322
Macierz wypłat	323
Gra o sumie zerowej	324
Punkt siodłowy	324
Strategia czysta	327
Strategia mieszana	327
Strategia dominująca	329
Podgra	330
Cena gry	332
Rozwiązywanie gier 2×2	334
Przykład	334
Program do obliczeń	336
Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	336
Przykład 1.	337
Przykład 2.	339
Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	342
Przykład 1.	343
Przykład 2.	344
Rozwiązywanie gier $m \times n$	345
Gry z naturą	345
Sformułowanie problemu	345
Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury	346
Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury	347

Rozdział 21. Automaty komórkowe 351

Automaty komórkowe 1-wymiarowe	351
Ewolucja w czasie	354
Automaty komórkowe 2-wymiarowe	357
Sąsiedztwo von Neumanna	357
Sąsiedztwo Moore'a	357
Warunki brzegowe	358
Gra „Life” Conwaya	358
Mrowka Langtona	362
Cechy szczególne	362
Inne warianty	363
„Ruch drogowy” Nagela-Schreckenberga	363

rozdział 22. Chaos i fraktale	365
Typy fraktali	365
Samopodobieństwo	366
Wymiar topologiczny	366
Wymiar podobieństwa	367
Wymiar podobieństwa figur płaskich	367
Wymiar podobieństwa brył	367
Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych	367
Wymiar fraktalny	368
Wymiar Minkowskiego	368
Odcinek	368
Kwadrat	369
Inne wymiary	370
Zbiór Cantora	370
Opis algorytmu	370
Kod	370
Obraz	371
Wymiar Minkowskiego	371
Wymiar fraktalny	371
Krzywa Kocha	372
Opis algorytmu	372
Kod	372
Obraz	372
Wymiar Minkowskiego	373
Wymiar fraktalny	374
Płatek Kocha	374
Smok Heighwaya	374
Opis algorytmu	374
Kod	375
Wymiar Minkowskiego	376
Supersmok	376
Trójkąt Sierpińskiego	377
Opis algorytmu	377
Kod i obraz	377
Wymiar Minkowskiego	378
Wymiar fraktalny	379
Trójkąt Sierpińskiego metodą losową	379
Opis algorytmu	379
Kod	379
Obraz	380
Paproć Barnsleya	380
Opis algorytmu	380
Kod	381
Obraz	381
Fraktal Julii	382
Opis	382
Kod	382
Obraz	382
Fraktal Mandelbrota	384
Opis	384
Kod i obraz	384
Płonący statek	385
Opis	385
Kod i obraz	385

L-system	386
Opis	386
Algorytm	388
Przykłady	390
Fraktale w przyrodzie	395
Zastosowania wymiaru Minkowskiego	396
Mierzenie kształtów	396
Wymiar Minkowskiego	398
Równania regresji na podstawie próby	398
Atraktor Lorenza	400
Opis	400
Kod	401
Obraz	401
Fraktale Lapunowa	402
Równanie Malthusa	402
Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta)	404
Dyskretne równanie logistyczne	408
Drzewo Feigenbauma	409
Wykładnik Lapunowa	410
Fraktale Lapunowa	411

Rozdział 23. Odkrywanie prawdy o świecie 417

Ile wody mieściło „morze” Salomona?	417
Rachunek prawdopodobieństwa	419
Rozmieszczenie R_{111}	419
Rozmieszczenie R_{011}	420
Rozmieszczenie R_{101}	422
Rozmieszczenie R_{001}	423
Entropia	423
Stan wyjściowy	424
Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę	428
Gdy urna może pomieścić co najwyżej r kul	430

Rozdział 24. Paradoksy 433

Paradoks Russella; Golibroda	433
Sformułowanie problemu	433
Rozwiązanie problemu	434
Paradoks: Jestem kłamcą	435
Sformułowanie problemu	435
Rozwiązanie	435
Paradoks: Pan Bóg i kamień	436
Sformułowanie problemu	436
Rozwiązanie	436
Paradoks z sakiewkami	437
Sformułowanie problemu	437
Rozwiązanie	439
Paradoks Monty'ego Halla	439
Sformułowanie problemu	439
Rozwiązanie 1. (błędne)	441
Rozwiązanie 2. (prawidłowe)	441
Paradoks Gibbsa	443
Sformułowanie problemu	443
Rozwiązanie problemu	446

Skorowidz 449