

Spis treści

Wstęp	19
Rozdział 1. Powtórka z matematyki i klasa Math	21
Stałe matematyczne	21
Potęgowanie i pierwiastkowanie	21
Potęgowanie	21
Pierwiastkowanie	22
Rzutowanie w zakres 0 do 1	22
Potęgowanie i pierwiastkowanie w Javie	23
Logarytmy	23
Logarytm o dowolnej podstawie	23
Logarytm naturalny	24
Logarytm dziesiętny	24
Przeliczanie logarytmów	24
Logarytmy w Javie	24
Funkcje trygonometryczne	25
Miary kąta	25
Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie	27
Funkcje trygonometryczne kąta pełnego	28
Przeciwprostokątna	30
Funkcje cyklometryczne	30
Funkcje hiperboliczne	31
Inne obliczenia i metody	32
Wartości maksymalne, minimalne i absolutne	32
Zaokrąglenie liczb	33
Zaokrąglenie wyników dzielenia	34
Liczby pseudolosowe	35
Znaki liczb	35
Bezpieczne obliczenia arytmetyczne	36
Bezpieczne rzutowanie	36
Reprezentacja liczb w komputerze	36
Reszta z dzielenia	38
Metody fina	38
Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe	39
Ułamek nieokresowy	39
Ułamek okresowy	39

Rozdział 2. Teoria informacji — podstawowe pojęcia	41
Różnorodność	41
Prawdopodobieństwo	43
Entropia	44
Informacja	45
Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań	47
Wprowadzenie	47
Spójniki jednoargumentowe	47
verum	47
falsum	48
assertum	48
not	49
Spójniki dwuargumentowe	49
AND	50
OR	51
NAND	51
NOR	52
XOR	53
NXOR	53
IMP	54
IMPR	55
Inne spójniki	55
ACTIV	56
DEACTIV	57
Rozdział 4. Logiki trójwartościowe	59
Algorytmy dla logiki Kleene'ego	62
Koniunkcja	62
Alternatywa	62
Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne	63
Liczby binarne	63
Operatory binarne	65
Operator iloczynu bitowego &	65
Operator sumy bitowej 	66
Operator bitowej różnicy symetrycznej ^	66
Operator negacji bitowej ~	67
Operator przesunięcia bitowego w lewo <<	67
Operator przesunięcia bitowego w prawo >>	68
Operator przesunięcia bitowego w prawo z wypełnianiem zerami >>>	69
Zastosowania operacji binarnych	70
Sprawdzanie parzystości	70
Maskowanie binarne	70
Włączanie bitów	71
Wyłączanie bitów	71
Odwracanie bitów	72
Flagi binarne	73
Zegar binarny	75
Kod BCD	75
Zapis czasu	75
Algorytm	77
Kod Graya	77
Tworzenie kodu	77
Konwersja liczb dziesiętnych do kodu Graya	79

Konwersja liczb binarnych do kodu Graya	79
Konwersja kodu Graya na liczby dziesiętne	79
Konwersja kodu Graya na liczby binarne	80
Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory	81
Liczby heksadecymalne	81
Modele kolorów	83
Modele RGB i RGBA	83
Przestrzeń kolorów sRGB	83
Model HSL/HSV	84
Przestrzeń kolorów HSV/HSB	84
Przestrzeń kolorów HSL/HSI/HSD	84
Przestrzeń kolorów HWB	85
Palety kolorów	85
Paleta 16 kolorów nazwanych	85
Paleta Web Safe Colors	85
Rozszerzona paleta kolorów nazwanych EN	85
Paleta kolorów mających polskie nazwy	86
Paleta nazwanych kolorów HSL	86
Paleta kolorów HSL	86
Paleta kolorów nazwanych CSS	86
Przeliczenia kolorów	86
Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów	89
Zbiór	89
Operacje na zbiorach	89
Dopełnienie zbioru	90
Suma zbiorów	90
Iloczyn zbiorów	90
Różnica zbiorów	90
Różnica symetryczna zbiorów	91
Zawieranie się zbiorów	91
Obliczenia	94
Reguły Portera–Duffa	96
AlphaComposite.CLEAR	96
AlphaComposite.DST	96
AlphaComposite.DST_ATOP	97
AlphaComposite.DST_IN	97
AlphaComposite.DST_OUT	98
AlphaComposite.DST_OVER	99
AlphaComposite.SRC	99
AlphaComposite.SRC_ATOP	99
AlphaComposite.SRC_IN	100
AlphaComposite.SRC_OUT	100
AlphaComposite.SRC_OVER	101
AlphaComposite.XOR	102
Rozdział 8. Liczby pierwsze	103
Definicja liczby pierwszej	103
Rozmieszczenie liczb pierwszych	103
Spirala Ulama	104
Spirala Archimedesesa	105
Gęstość liczb pierwszych	105
Liczba liczb pierwszych	108

Generowanie liczb pierwszych	108
Liczba pierwsza większa od n	108
Liczby pierwsze w podanym zakresie	108
Sita liczbowa	109
Liczba pierwsza Mersenne'a	110
Wzór Fermata i inne wzory	111
Specjalne liczby pierwsze	112
Liczby bliźniacze	112
Liczby czworaczne	112
Liczby izolowane	112
Liczby Sophie Germain	112
Liczby lustrzane	112
Liczby palindromiczne	113
Największe liczby pierwsze	113
Ciekawe liczby pierwsze	113
Testy pierwszości	114
Małe liczby	114
Duże liczby	114
Faktoryzacja	117
Czego nie wiadomo?	118
Liczby pierwsze w naturze	118

Rozdział 9. Liczba ϕ119

Liczba ϕ w geometrii	120
Złoty podział odcinka	120
Złoty prostokąt	121
Złota spirala	121
Złoty trójkąt	121
Pentagram	122
Liczba ϕ w architekturze	123
Liczba ϕ w sztuce	123
Apollo Belwederski	123
Liczba ϕ w muzyce	123
Liczba ϕ w naturze	125
Dłoń	125
Inne	125
Inne przykłady	126
Wątpliwości	126

Rozdział 10. Ciąg i liczby Fibonacciego127

Definicja	127
Granica	128
Wzór Bineta	128
Wyrazy ciągu	129
n -ty wyraz ciągu	129
Wyraz ciągu większy od n	129
Wyraz ciągu mniejszy od n	129
Wyrazy ciągu pomiędzy min i max	130
Czy n jest wyrazem ciągu?	130
Proporcje liczb	131
Najważniejsze właściwości	132
Właściwość 1.	132
Właściwość 2.	133
Właściwość 3.	134
Właściwość 4.	134

Właściwość 5.	135
Właściwość 6.	135
Właściwość 7.	135
Właściwość 8.	136
Właściwość 9.	136
Właściwość 10.	136
Właściwość 11.	136
Właściwość 12.	136
Właściwość 13.	136
Właściwość 14.	137
Inne właściwości	138
Trochę zabawy	138
Zastosowania i występowanie	138
Kwadraty Fibonacciego	138
Spirala Fibonacciego	138
Ciąg Fibonacciego w systemie dwójkowym	139
Liczby Rahaba	139
Wśród błonkówek	142
Rozmnażanie królików	143
Pędy boczne na pędzie głównym	143
Więcej biologii	144
Muzyka	145
Literatura	145
Ekonomia	147
Informatyka	147

Rozdział 11. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa149

Silnia	149
Wzór przybliżony	150
Symbol Newtona	150
Rozkład dwumianowy	151
Rzut 1 monetą	151
Rzut 2 monetami	151
Rzut 3 monetami	152
Rzut 4 monetami	153
Rzut n monetami	153
Dwumiany Newtona	153
Dwumiany	153
Dwumiany Newtona	154
Szereg Newtona	155
Inne dwumiany	155
Przykłady	155
Trójkąt Pascala	156
Właściwości	156
Współczynniki rozwinięcia	159
Schemat Bernoulliego	160
Wzór Bernoulliego	161
Prawdopodobieństwo wyrzucenia	161
Wzór Bernoulliego	163
Przykłady	163
Zastosowania	165
Kombinacje, wariacje i permutacje	167
Kombinacje	167
Wariacje	169

Permutacje	170
Co wybrać?	172
Liczby Stirlinga	173
Liczby Stirlinga II rodzaju	173
Liczby Stirlinga I rodzaju	175
Liczby Eulera	177
Liczby Eulera I rzędu	177
Liczby Eulera II rzędu	178
Liczby Bernoulliego	181
Partycje	182
n jako suma dokładnie k liczb naturalnych	182
n jako suma co najwyżej k liczb naturalnych	183
n jako suma liczb naturalnych	184
Inwersje	186
Liczby Catalana	186
Liczba dróg	187
Liczba rozmieszczeń nawiasów	189
Liczba podziałów na trójkąty	190
Liczba monotonicznych dróg	190
Liczba drzew binarnych	191
Liczby Bella	193
Naszyjniki i bransoletki	194
Liczby względnie pierwsze	194
Funkcja ϕ Eulera	195
Naszyjniki i bransoletki	197
Kule i urny	200
Rozmieszczenie 8.	206
Uwagi	207
Wybrane zagadnienia rachunku prawdopodobieństwa	208
Uogólniony wzór Bernoulliego	208
Wzór Pascala	208
Wzór Poissona	209
Losowanie bez zwracania	210

Rozdział 12. Statystyka — praca z danymi213

Dane	213
Porządkowanie danych	213
Szereg rozdzielnicy jednostopniowy	213
Szereg rozdzielnicy wielostopniowy	214
Wykresy danych	216
Histogram	216
Wykres kołowy	218
Wykres liniowy	218
Inne wykresy	220
Porównanie danych	220
Ocena danych	221
Min, max, rozstęp	222
Suma 222	222
Wskaźnik struktury	222
Wskaźnik nateżenia	223
Średnia arytmetyczna	223
Dominanta (moda)	224
Percentyle	225
Wariancja	226
Odchylenie standardowe	228

Współczynnik zmienności	228
Momenty średniej	229
Inne współczynniki	231

Rozdział 13. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa233

Wskaźnik Margalefa	233
Wskaźnik Simpsona	234
Wskaźnik Shannona–Wienera	235
Wskaźnik Pielou	236
Wskaźnik Jaccarda	237
Wskaźnik Sorensona	238
Wersja 1.	238
Wersja 2.	239
Wskaźnik Euklidesa	240

Rozdział 14. Równania prostej241

Postać ogólna	241
Postać kierunkowa	242
Praca z obiektem Line	243
Równoległość prostych	245
Odległość prostych równoległych	245
Prostopadłość prostych	246
Kąt między prostymi	247
Punkt przecięcia prostych	248
Odległość punktu od prostej	249
Prosta równoległa do danej prostej przechodząca przez punkt	250
Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt	251
Wyznaczanie punktów na prostej	252

Rozdział 15. Wektory253

Skalary	253
Wektory dwuwymiarowe 2d	253
Wektory wierszowe i kolumnowe	253
Transpozycja	254
Współrzędne kartezjańskie a biegunowe	254
Długość wektora	255
Kąt wektora	256
Dodawanie wektorów	256
Odejmowanie wektorów	257
Skalowanie wektora	257
Normalizacja wektora	258
Iloczyn skalarny wektorów	258
Normalna wektora	259
Kąt między wektorami	260
Iloczyn wektorowy	260
Wektory 3d	261
Wektory n-wymiarowe	261

Rozdział 16. Macierze263

Klasa Matrix	263
Użycie konstruktorów	263
Typy macierzy	264
Macierz zerowa	264
Macierz jednostkowa	265
Macierze wektorowe	265
Macierz kwadratowa	265

Właściwości macierzy	266
Stopień macierzy	266
Równość macierzy	266
Operacje na macierzach	266
Dodawanie macierzy	266
Odejmowanie macierzy	267
Mnożenie skalarne	267
Mnożenie macierzy	267
Obliczanie wyznacznika	270
Transpozycja macierzy	275
Dzielenie macierzy	275
Macierz odwrotna	276
Rozwiązanie prostego równania	280

Rozdział 17. Przekształcenia afiniczne283

Translacja	284
Skalowanie	285
Obrót	286
Obrót względem punktu $(0, 0)$	286
Odbicie	289
Odbicie względem osi X	289
Odbicie względem osi Y	290
Odbicie względem osi X i osi Y	290
Odbicie względem prostej przechodzącej przez $P(0, 0)$	290
Przekrzywienie (pochylenie)	292
Przekrzywienie wzdłuż osi X	292
Przekrzywienie względem osi Y	292
Przekształcenia złożone	293
Obrót względem dowolnego punktu	294
Obrót w miejscu	295
Skalowanie w miejscu	297
Odbicie względem dowolnej prostej	299
Przekrzywienie względem środka ciężkości figury	301
Składanie macierzy przekształceń	301

Rozdział 18. Funkcje307

Algorytmy	307
Pojęcie funkcji	307
Zbiory	307
Relacje	308
Funkcje	309
Rodzaje funkcji	310
Funkcje algebraiczne	310
Funkcje przestępne	311
Postaci funkcji	312
Funkcja jednej zmiennej	312
Funkcja wielu zmiennych	312
Funkcja wyrażna	312
Funkcja uwikłana	312
Funkcja w postaci parametrycznej	312
Wykresy funkcji	313
Symetria wykresów	313
Funkcje rosnące albo malejące	313
Funkcje okresowe	315
Funkcje ograniczone i nieograniczone	315

Funkcja różnowartościowa	317
Funkcje wzajemnie odwrotne	317
Funkcje złożone	319
Ciągi liczbowe	319
Moduł liczby	320
Granica ciągu	320
Granica ciągu nieskończonego	320
Ciągi zbieżne i rozbieżne	321
Twierdzenia o granicach ciągów	323
Działania na ciągach zbieżnych	323
Twierdzenia o ciągach zbieżnych	323
Liczba e	324
Granica funkcji w punkcie	324
Granica lewostronna i prawostronna	324
Granice niewłaściwe	325
Twierdzenia o granicach	326
Granica wielomianu	327
Granica funkcji wymiernej	327
Ciągłość funkcji	327
Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale	327
Własności funkcji ciągłych	328
Rozdział 19. Wielomiany i równania wielomianowe	329
Wyrażenie algebraiczne	329
Wartość liczbową wyrażenia	329
Jednomian	329
Współczynnik liczbowy wielomianu	329
Stopień jednomianu	330
Liczba zmiennych	330
Jednomiany podobne	330
Działania na jednomianach	330
Dwumian	332
Trójmian	332
Wielomian	333
Wzory skróconego mnożenia	333
Wielomian stopnia n jednej zmiennej	333
Redukcja jednomianów podobnych	334
Porządkowanie wielomianu	335
Działania na wielomianach	335
Dodawanie wielomianów	335
Odejmowanie wielomianów	336
Mnożenie wielomianu przez liczbę	336
Mnożenie wielomianu przez wielomian	336
Dzielenie wielomianu przez wielomian	337
Schemat Hornera	338
Algorytm Hornera (dzielenie wielomianu przez dwumian)	338
Reszta z dzielenia przez dwumian	340
Schemat Hornera (obliczanie wartości wielomianu)	340
nwd wielomianów	341
Pochodna wielomianu	341
Pierwiastki wielomianu	341
Pierwiastek wielomianu	341
Rozkładanie wielomianu na czynniki	343

Równanie kwadratowe	343
Postać ogólna	343
Wyróżnik równania kwadratowego	344
Pierwiastki równania kwadratowego	344
Postać kanoniczna	344
Postać iloczynowa	344
Wzory Viète'a	344
Przykłady	345
Równanie sześciennne	346
Postać ogólna	346
Wyróżnik równania sześciennego	347
Wzory Viète'a	349
Równanie sześciennne 2	349
Współczynnik $h > 0$	349
Współczynnik $h = 0$	350
Współczynnik $h < 0$	350
Równania 4. stopnia	351
Postać ogólna	351
Wyróżniki i pierwiastki	351
Wzory Viète'a	353

Rozdział 20. Liczby zespolone355

Równość liczb zespolonych	356
Układ współrzędnych	356
Postać algebraiczna	356
Dodawanie	356
Odejmowanie	358
Mnożenie	358
Sprzężenie	359
Dzielenie	359
Moduł	360
Argument	360
Postać trygonometryczna	361
Mnożenie	361
Dzielenie	361
Potęgowanie	363
Pierwiastkowanie	363
Odwrotność $1/n$	364
Reprezentacja macierzowa	365
Dodawanie	365
Odejmowanie	365
Mnożenie	366
Transpozycja, sprzężenie	366
Wyznacznik macierzy, moduł liczby	366
Argument	366
Wektory własne macierzy	366
Interpretacja transformacyjna	366

Rozdział 21. Wykresy niektórych krzywych367

Asteroida	367
Rozeta czterolistna	368
Spirala Archimedesza	369
Kardioda	370
Krzywa Lissajous	370
Epicykloida	372
Epitrochoida	372

Hipocykloida	375
Hipotrochoida	376
Elipsa	378
Inne krzywe	378
Rozdział 22. Krzywe Béziera	381
Wielomiany Bernsteina	38
Definicja	381
Obliczenia	381
Algorytm	385
Właściwości	386
Inne sposoby obliczania	386
Pochodne	387
Krzywa Béziera 1. stopnia	388
Krzywa Béziera 2. stopnia	389
Tworzenie krzywej	389
Obliczenia	390
Algorytm	390
Postać macierzowa	391
Inna definicja	392
Krzywa Béziera 3. stopnia	394
Obliczenia	394
Algorytm	395
Postać macierzowa	395
Inna definicja	397
Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia	398
Krzywa 2. stopnia	398
Krzywa 3. stopnia	399
Krzywe Béziera wyższych stopni	400
Algorytm	401
Wykres	401
Podwyższanie stopnia krzywej	402
Algorytm	402
Wykres	402
Właściwości krzywych Béziera	403
Właściwość 1.	403
Właściwość 2.	403
Właściwość 3.	403
Właściwość 4.	403
Właściwość 5.	404
Właściwość 6.	404
Właściwość 7.	404
Właściwość 8.	410
Właściwość 9.	411
Właściwość 10.	411
Właściwość 11.	411
Właściwość 12.	411
Algorytm de Casteljau	411
Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego t	412
Podział krzywej na dwie krzywe	414
Gładkie połączenie dwóch krzywych	416
Wymierne krzywe Béziera	417
Definicja	418
Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera	418

Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia	421
Algorytm	421
Wykresy	421
Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia	422
Algorytm	423
Wykres	423
Wymierne krzywe Béziera n-tego stopnia	423
Algorytm	423
Wykres	423
Właściwości wymiernych krzywych Béziera	424
Właściwość 1.	424
Właściwość 2.	424
Właściwość 3.	424
Właściwość 4.	424
Właściwość 5.	425
Właściwość 6.	425
Właściwość 7.	425
Właściwość 8.	425
Właściwość 9.	425
Właściwość 10.	425
Właściwość 11.	425
Właściwość 12.	425
Właściwość 13.	425
Właściwość 14.	425

Rozdział 23. Teoria gier 427

Podstawowe pojęcia	427
Teoria gier	427
Gracz	427
Gra	427
Strategia	427
Decyzja	428
Wypłata	428
Macierz wypłat	429
Gra z sumą zerową	429
Punkt siodłowy	429
Strategia czysta	432
Strategia mieszana	432
Strategia dominująca	434
Podgra	436
Cena gry	437
Rozwiązywanie gier 2×2	439
Przykład	440
Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	441
Przykład 1.	442
Przykład 2.	444
Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	447
Przykład 1.	447
Przykład 2.	448
Rozwiązywanie gier $m \times n$	449
Gry z naturą	449
Sformułowanie problemu	449
Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury	450
Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury	451

Rozdział 24. Automaty komórkowe	455
Automaty komórkowe 1-wymiarowe	455
Ewolucja w czasie	458
Automaty komórkowe 2-wymiarowe	461
Śsiedztwo von Neumanna	461
Śsiedztwo Moore'a	461
Warunki brzegowe	461
Gra „Life” Conwaya	461
Mrówka Langtona	465
Cechy szczególne	465
Inne warianty	465
„Ruch drogowy” Nagela-Schreckenberga	467
Rozdział 25. Chaos i fraktale	469
Typy fraktali	469
Samopodobieństwo	470
Wymiar topologiczny	470
Wymiar podobieństwa	471
Wymiar podobieństwa figur płaskich	471
Wymiar podobieństwa brył	471
Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych	472
Wymiar fraktalny	472
Wymiar Minkowskiego	472
Odcinek	472
Kwadrat	473
Inne wymiary	473
Zbiór Cantora	473
Krzywa Kocha	475
Płatek Kocha	477
Smok Heighwaya	477
Supersmok	478
Trójkąt Sierpińskiego	480
Trójkąt Sierpińskiego metodą losową	480
Paproć Barnsleya	481
Fraktal Julii	483
Opis	483
Fraktal Mandelbrota	485
Płonący statek	485
L-system	487
Krzywa Kocha	489
Płatek Kocha	490
Zbiór Cantora	491
Trójkąt Sierpińskiego	491
Gałązka	492
Krzywa Hilberta	493
Smok Levy'ego	493
Modyfikacja krzywej Kocha	494
Pentadendryt	494
Gałązka 2	495
Kółeczka	495
Fraktale w przyrodzie	496
Zastosowania wymiaru Minkowskiego	497
Mierzenie kształtów	497
Wymiar Minkowskiego	499
Równania regresji na podstawie próby	499

Atraktor Lorenza	501
Opis	501
Fraktale Lapunowa	502
Równanie Malthusa	502
Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta)	504
Dyskretne równanie logistyczne	507
Drzewo Feigenbauma	509
Wykładnik Lapunowa	511
Fraktale Lapunowa	511

Rozdział 26. Obliczenia związane z dietami 515

BMI	515
WHR i typ otyłości	516
Stan odżywienia	516
Zakres wag	518
Nadwaga	518
Tryb życia	518
Budowa ciała	519
Zapotrzebowanie energetyczne	519
Energia podstawowa	519
Energia aktywności	519
Energia związana z wiekiem	519
Energia związana z budową ciała	520
Energia optymalna	520
Odcudzenie	520
Wartość energetyczna pokarmów	520
Nadwyżka energetyczna (kalorii)	520
Szybkość odcudzenia i energia diety	521
Czas odcudzenia	521
Skład diety	521
Przykład	522

Rozdział 27. Liczby w języku Java 523

Prymitywne typy danych	523
Zmienne typów prymitywnych	524
Obiektowe typy danych	524
Typy zmiennych	525
Przekazywanie zmiennych	526
Wartości domyślne zmiennych	526
Tablice	527
Typy wyliczeniowe	527
Równość zmiennych	527
Modyfikatory	528
Modyfikatory dostępu	528
final	528
static	528
transient	528
volatile	529
Dostęp w module	529
Operatory	529
Operator * oraz /	529
Operatory + i -	530
Operator % (modulo)	530
Bitowe operatory logiczne & ^	530
Operatory przypisania	530

Konwersja typów	531
Konwersja ukryta prymitywnych typów danych	531
Konwersja ukryta obiektowych typów danych	534
Konwersja jawna	535
Typy otoczkowe	535
Autoboxing	537
Dokładność typów float i double	537
Błędy zaokrąglenia	537
Błędy reprezentacji	538
Liczby typu float	538
Liczby typu double	540
Zapobieganie niedokładności	541
Kod uzupełnień do 2	541
Zamiana liczb na bity i odwrotnie	541
Kod uzupełnień do 2	542
Tworzenie liczby przeciwnej	544
Dodawanie	544
Odejmowanie	544
Mnożenie	545
Dzielenie	545

Rozdział 28. Odkrywanie prawdy o świecie547

Ile wody mieściło „morze” Salomona?	547
Rachunek prawdopodobieństwa	549
Rozmieszczenie R_{111}	549
Rozmieszczenie R_{011}	550
Rozmieszczenie R_{101}	552
Rozmieszczenie R_{001}	553
Entropia	553
Stan wyjściowy	554
Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę	558
Gdy urna może pomieścić co najwyżej r kul	559

Rozdział 29. Paradoksy563

Paradoks Russella: Golibroda	563
Sformułowanie problemu	563
Rozwiązanie problemu	564
Paradoks: Jestem kłamcą	565
Sformułowanie problemu	565
Rozwiązanie	565
Paradoks: Pan Bóg i kamień	566
Sformułowanie problemu	566
Rozwiązanie	566
Paradoks z sakiewkami	567
Sformułowanie problemu	567
Rozwiązanie	569
Paradoks Monty’ego Halla	569
Sformułowanie problemu	569
Rozwiązanie 1. (błędne)	570
Rozwiązanie 2. (prawidłowe)	571
Paradoks Gibbsa	573
Sformułowanie problemu	573
Rozwiązanie problemu	576