

Spis treści

Przedmowa	9
I. Wstępne wiadomości z algebry	11
1. Grupy, pierścienie, ciała i moduły	11
2. Algebry	36
Zadania	58
II. Grupy: ważne konstrukcje i przykłady	61
1. Generatory i relacje	61
2. Grupy nilpotentne i rozwiązalne	62
3. Grupy z dodatkową strukturą	63
4. Grupy przekształceń	64
5. Ciągi dokładne i rozszerzenia grup	70
6. Skończone grupy obrotów	72
7. Grupy $SL(2, \mathbb{C})$ i $SU(2)$	75
Zadania	80
III. Reprezentacje grup i algebr: podstawowe pojęcia	86
1. Wstęp; lematy Schura	86
2. Definicje i przykłady	90
3. Charakter reprezentacji	95
4. Działania na reprezentacjach	96
5. Rachunek tensorowy jako dział teorii reprezentacji	99
Zadania	102
IV. Reprezentacje grup skończonych	104
1. Przykłady reprezentacji	104
2. Uśrednianie na grupie	105
3. Reprezentacja regularna	105
4. Relacje ortogonalności	106
5. Twierdzenia o wymiarze	110
6. Tablice charakterów	112
7. Twierdzenie Frobeniusa-Schura	114
8. Ograniczanie reprezentacji i reprezentacje indukowane	115
9. Algebra grupowa i tablice Younga	116
Zadania	122

V. Rozmaitości gładkie i pola wektorowe	125
1. Mapy i atlasy	125
2. Rozmaitości gładkie	126
3. Rozmaitości zespolone	128
4. Pola wektorowe	128
5. Wiązki włókniste	132
6. Formy różniczkowe i całkowanie	134
7. Algebra Cartana	137
8. Kohomologie de Rhama	139
Zadania	140
VI. Grupy Liego	141
1. Algebra Liego grupy Liego	141
2. Odwzorowanie wykładnicze	142
3. Algebra Liego grupy $GL(V)$	143
4. Morfizmy grup Liego	144
5. Reprezentacja dołączona grupy i algebry Liego	145
6. Forma i równanie Maurera–Cartana	148
7. Zastosowanie: podstawy teorii pól z cechowaniem	149
8. Podstawowe twierdzenie o grupach Liego	152
9. Całki niezmiennicze na grupach Liego	153
10. Działanie grupy Liego na rozmaitości	154
11. Wiązki główne i stowarzyszone	155
12. Grupy zwarte	165
Zadania	167
VII. Algebry Liego	169
1. Automorfizmy i różniczkowania algebr Liego	170
2. Formy niezmiennicze na algebrach Liego	170
3. Lista prostych, zwartych i jednospójnych grup Liego	176
4. Operator Casimira	177
5. Algebra obwiednia algebry Liego	178
6. Realifikacja a forma rzeczywista algebr Liego	179
7. Reprezentacje algebry Liego $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$	180
8. Reprezentacje grupy $SL(2, \mathbb{C})$	184
9. Reprezentacje grup $SU(2)$ i $SO(3)$	184
Zadania	186
VIII. Algebry Clifforda, grupy Spin i spinory	187
1. Wstęp: spinory u Euklidesa	187
2. O równaniu Diraca	188
3. Algebry Clifforda: podstawy	189
4. Struktura algebr Clifforda	196
5. Grupy spinorowe	212
6. Algebra spinorów	217
7. Spinory na rozmaitościach: struktury spin	219
8. Twistory	220
Zadania	232

IX.	Półproste algebry Liego	236
1.	Wstęp: pierwsza orientacja	236
2.	Struktura półprostych algebr Liego	242
3.	Normalizacja Chevalleya i formy rzeczywiste	250
4.	Reprezentacje półprostych algebr Liego	253
5.	Reprezentacje klasycznych algebr Liego	256
6.	Diagramy Dynkina i wymiary algebr E, F, G	265
X.	Przykłady zastosowania teorii grup w fizyce	266
1.	Geometria mechaniki klasycznej	267
2.	Nierelatywistyczna mechanika kwantowa jednej cząstki	275
	Zadania	280
	Bibliografia	281
	Często używane oznaczenia	289
	Skorowidz	292