

SPIS TREŚCI

Wykaz podstawowych symboli	7
Wstęp	9
1. Funkcje elementarne	11
1.1. Podstawowe definicje i własności funkcji	11
1.1.1. Definicja, miejsce zerowe	11
1.1.2. Monotoniczność	11
1.1.3. Przekształcenie wykresu funkcji	12
1.1.4. Funkcja złożona	12
1.1.5. Własności funkcji	13
1.1.6. Funkcja odwrotna	13
1.2. Funkcja liniowa	13
1.2.1. Definicja	13
1.2.2. Wykres	14
1.2.3. Własności	15
1.3. Funkcja kwadratowa	15
1.3.1. Definicja	15
1.3.2. Wykres	16
1.3.3. Własności	16
1.4. Funkcja wymierna	18
1.4.1. Definicja	18
1.4.2. Wykresy	18
1.4.3. Własności	18
1.4.4. Wielomian	18
1.4.5. Dziedzina funkcji wymiernej	19
1.5. Funkcje trygonometryczne	19
1.5.1. Definicja dla kąta ostrego	19
1.5.2. Definicja dla dowolnego kąta skierowanego	20
1.5.3. Wykresy	21
1.5.4. Własności	21
1.6. Funkcje cyklometryczne	23
1.6.1. Definicja	23

1.6.2. Wykresy	24
1.6.3. Własności	24
1.7. Funkcja wykładnicza	25
1.7.1. Definicja	25
1.7.2. Wykresy	25
1.7.3. Własności	25
1.8. Funkcja logarytmiczna	26
1.8.1. Definicja	26
1.8.2. Wykresy	26
1.8.3. Własności	27
2. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej	29
2.1. Granica ciągu	29
2.1.1. Definicja ciągu	29
2.1.2. Granice ciągów	29
2.1.3. Twierdzenia o granicach ciągów	30
2.1.4. Wzory granic ciągów	30
2.1.5. Przykłady	31
2.2. Granica funkcji	34
2.2.1. Definicja granicy funkcji	34
2.2.2. Granice szczególne	35
2.2.3. Własności granic	36
2.2.4. Ciągłość funkcji	36
2.2.5. Przykłady	37
2.3. Pochodna funkcji jednej zmiennej	38
2.3.1. Definicja pochodnej	38
2.3.2. Podstawowe pochodne	38
2.3.3. Reguły różniczkowania	39
2.3.4. Pochodna logarytmiczna	40
2.3.5. Interpretacja geometryczna pochodnej	41
2.3.6. Reguła de l'Hospitala	42
2.3.7. Różniczka funkcji	43
2.3.8. Pochodne wyższych rzędów, różniczka n -tego rzędu	43
2.3.9. Asymptoty wykresu funkcji	43
2.3.10. Przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji	45
2.3.11. Przedziały wypukłości i wklęsłości oraz punkty przegięcia wykresu funkcji	48
2.3.12. Przebieg zmienności funkcji	51
3. Rachunek różniczkowy funkcji dwóch zmiennych	55
3.1. Granica funkcji dwóch zmiennych	55
3.1.1. Definicja Cauchy'ego granicy funkcji dwóch zmiennych	55

3.1.2. Definicja Heinego granicy funkcji dwóch zmiennych	56
3.1.3. Ciągłość funkcji dwóch zmiennych	56
3.2. Pochodne cząstkowe	56
3.2.1. Interpretacja geometryczna pochodnych cząstkowych	57
3.3. Różniczka zupełna	57
3.4. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów	58
3.5. Ekstrema funkcji dwóch zmiennych	59
3.5.1. Warunek konieczny	59
3.5.2. Warunek konieczny i dostateczny istnienia ekstremum	59
4. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej	63
4.1. Całka nieoznaczona	63
4.1.1. Definicja całki nieoznaczonej – funkcja pierwotna	63
4.1.2. Własności całki nieoznaczonej	64
4.1.3. Podstawowe całki funkcji elementarnych	64
4.1.4. Całkowanie przez podstawianie	65
4.1.5. Całkowanie przez części	66
4.1.6. Całkowanie funkcji wymiernych	66
4.1.7. Całkowanie funkcji niewymiernych	69
4.1.8. Całkowanie funkcji niewymiernych – podstawienia Eulera	73
4.1.9. Całkowanie funkcji trygonometrycznych	74
4.1.10. Podstawienie uniwersalne	76
4.2. Całka oznaczona	77
4.2.1. Definicja całki oznaczonej	77
4.2.2. Własności całki oznaczonej – wzór Newtona–Leibniza	78
4.3. Zastosowanie całki oznaczonej	79
4.3.1. Zastosowanie całki oznaczonej do obliczania pól	79
4.3.2. Zastosowanie całki oznaczonej do objętości brył obrotowych ..	81
4.3.3. Zastosowanie całki oznaczonej do obliczania długości łuków krzywej	81
4.3.4. Całka niewłaściwa	82
5. Rachunek całkowy funkcji dwóch zmiennych	85
5.1. Całka podwójna	85
5.1.1. Własności całki podwójnej	85
5.1.2. Obliczanie całki podwójnej	86
5.2. Interpretacja geometryczna całki podwójnej	88
5.3. Zamiana zmiennych w całce podwójnej	89
6. Równania różniczkowe	91
6.1. Podstawowe definicje	91
6.1.1. Równanie różniczkowe zwyczajne	91

6.1.2. Rząd równania różniczkowego zwyczajnego	91
6.1.3. Rozwiązanie równania różniczkowego – całka ogólna	92
6.1.4. Zagadnienie początkowe Cauchy’ego	92
6.2. Równania różniczkowe I rzędu	93
6.2.1. Równania o zmiennych rozdzielonych	93
6.2.2. Równania jednorodne	94
6.2.3. Równania liniowe – metoda uzmienniania stałej	95
6.2.4. Równania liniowe – metoda przewidywań	97
6.2.5. Równanie Bernoullego	98
6.2.6. Równanie różniczki zupełnej	102
6.2.7. Czynniki całkujący	103
6.3. Równania różniczkowe II rzędu	105
6.3.1. Równanie typu $y'' = f(x)$	106
6.3.2. Równanie typu $y'' = f(x, y')$	106
6.3.3. Równanie typu $y'' = f(y, y')$	107
6.3.4. Równanie różniczkowe II rzędu o stałych współczynnikach ...	109
6.4. Równanie loksodromy	111
6.5. Całkowanie przybliżone	112
Bibliografia	114