

Spis treści

Rozdział I. Membrany izotropowe

1. Wyprowadzenie równania na ugięcie membrany	13
2. Sformułowanie zagadnień brzegowych we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych.....	15
3. Wybrane zagadnienia brzegowe	16
3.1. Ugięcie walcowe membrany	16
3.2. Membrana eliptyczna	19
3.3. Membrany kołowo symetryczne	21
3.4. Zastosowanie podwójnych szeregów sinusowych	22
3.5. Zastosowanie pojedynczych szeregów sinusowych	24
4. Drgania struny i membrany	25

Rozdział II. Swobodne skręcanie izotropowych prętów przyzmatycznych oraz analogia membranowa

1. Wstęp	29
2. Skręcanie pręta o przekroju kołowym	30
3. Metoda półdwrotna i funkcja deplanacji	31
4. Funkcja naprężeń	34
5. Analogia membranowa	36
5.1. Membrany izotropowe obciążone równomiernie	36
5.2. Swobodne skręcanie prętów przyzmatycznych. Analogia membranowa Prandtla	36
6. O przybliżonych metodach rozwiązywania równania Poissona	38
6.1. Metoda Galerкина i MES	38
6.2. Metoda Ritza	39
7. Przykłady	39

Rozdział III. Teoria płyt Kirchhoffa

1. Założenia i podstawowe zależności teorii płyt cienkich	53
1.1. Podstawowe założenia.....	53
1.2. Stan przemieszczenia	54
1.3. Stan odkształcenia	56
1.4. Stan naprężenia	56
1.5. Związki fizyczne PSN	57
1.6. Wyznaczenie składowych wektora naprężenia ścinającego	57
2. Lokalne równania równowagi i uogólnione siły wewnętrzne	58
3. Równanie przemieszczeniowe Germain-Lagrange’a	63
4. Zastępcze siły Kirchhoffa	63

5. Warunki brzegowe	65
6. Zagadnienia brzegowe i brzegowo-początkowe teorii płyt	65
7. Płyty spoczywające na sprężystym podłożu	67
8. Energia sprężystości i energia potencjalna w izotropowych płytach Kirchhoffa	68
9. O sformułowaniu zadania zginania płyty izotropowej w postaci dwóch równań różniczkowych cząstkowych	71
10. Hipotezy wyężeniowe w płytach	72
11. O metodach rozwiązania zadania teorii płyt	76
12. Uwagi historyczne	79

Rozdział IV. Płyty anizotropowe

1. Uwagi wstępne	81
2. Anizotropowe relacje konstytutywne PSN	81
3. Związek Hooke'a PSN w notacji Voigta. Materiał ortotropowy	82
4. Wyprowadzenie podstawowych równań teorii płyt anizotropowych	84
4.1. Płyty ortotropowe	85
4.2. Płyty anizotropowe	87
5. Przypadki szczególne, płyty ortotropowe, płyty o symetrii regularnej i płyty izotropowe	88
6. Płyty żelbetowe	89
7. Płyty o ortotropii technicznej	91
7.1. Zastępcze sztywności	91
7.2. Przykład oszacowania sztywności układu uzębrowanego	94

Rozdział V. Przykłady zadań elementarnych

1. Zadania zginania płyty sprowadzalne do zagadnienia ugięć membrany	97
1.1. Czyste zginanie płyty izotropowej	97
1.2. Bezpośrednie zastosowanie rozwiązań zadania ugięcia membrany	98
1.3. Zginanie momentami m_n trójkątnej płyty równobocznej	99
2. Utwierdzona płyta eliptyczna obciążona równomiernie	99
2.1. Płyta izotropowa	99
2.2. Płyta anizotropowa	105
3. Płyta prostokątna swobodnie podparta obciążona sinusoidalnie	109
4. Zginanie walcowe pasma płytowego	111
4.1. Zestawienie podstawowych równań	111
4.2. Przykłady	112
4.3. Jednorodne ortotropowe pasma płytowe	115
5. Jednorodne izotropowe pasma płytowe na sprężystym podłożu	116
5.1. Zależności podstawowe	116
5.2. Przykłady	117
6. Zagadnienie dynamiczne zginania walcowego	123
6.1. Sformułowanie zadania	123
6.2. Drgania swobodne	123
6.3. Funkcje Kryłowa-Pragera	124
6.4. Przykłady	125
6.5. Drgania wymuszone	127

Rozdział VI. Równania jednorodnych płyt izotropowych we współrzędnych biegunowych

1. Współrzędne biegunowe	129
1.1. Lokalna baza i kobaza oraz baza fizyczna	129
1.2. Gradient, dywergencja, laplasjan i bilaplasjan	130
2. Wyprowadzenie podstawowych równań teorii płyt izotropowych we współrzędnych biegunowych	132

2.1. Układy współrzędnych kartezjańskich, walcowych i biegunowych	132
2.2. Kąty obrotu przekrojów poprzecznych płyty	133
2.3. Laplasjan i bilaplasjan oraz równanie różniczkowe ugięcia płyty	133
2.4. Tensor krzywizn i tensor momentów	134
2.5. Siły poprzeczne	135
2.6. Energia sprężystości	136

Rozdział VII. Płyty o symetrii kołowej

1. Podstawowe zależności	141
2. Ogólne rozwiązanie zadania ugięcia płyty o stałej sztywności	143
3. Najprostsze przykłady	145
3.1. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona momentem na brzegu	145
3.2. Płyta swobodnie podparta z podporą w środku	147
3.3. Płyta pierścieniowa swobodnie podparta na krawędzi zewnętrznej zginana równomiernie rozłożonymi momentami	147
4. Płyty kołowe i pierścieniowe obciążone równomiernie	155
4.1. Zestawienie podstawowych zależności	155
4.2. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona równomiernie	156
4.3. Utwierdzona płyta kołowa obciążona równomiernie	159
4.4. Porównanie rozwiązań w przypadkach płyty swobodnie podpartej i utwierdzonej	162
4.5. Płyta kominowa obciążona równomiernie	164
5. Pełne płyty kołowe obciążone siłą w środku	172
5.1. Podstawowe zależności	172
5.2. Utwierdzona płyta kołowa obciążona siłą w środku	174
5.3. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona siłą w środku	176
5.4. Uwagi o otrzymanych rozwiązaniach	180
6. Pełne płyty kołowe obciążone osiowo symetrycznie	180
6.1. Zestawienie podstawowych zależności	180
6.2. Płyty kołowe obciążone równomiernie $p(r)=q_0$	183
6.3. Płyty kołowe obciążone liniowo wzdłuż promienia $p(r)=q_1 r$	183
6.4. Płyty kołowe o obciążeniu rozłożonym według stożka $p(r)=q(1-r/R)$	184
6.5. Płyty kołowe obciążone zgodnie z funkcją potęgową	185
7. Wybrane przykłady	185
7.1. Pełne płyty kołowe obciążone równomiernie na części obszaru	186
7.2. Płyta ze wspornikiem obciążona momentem	194

Rozdział VIII. Zastosowanie podwójnych szeregów trygonometrycznych

1. Podwójne szeregi sinusowe	201
1.1. Rozwiązanie ogólnego zadania Naviera	201
1.2. Przykład wyznaczenia współczynników obciążenia i ugięcia w podwójne szeregi sinusowe	205
1.3. Zestawienie wzorów na wielkości kinematyczne i statyczne	206
1.4. Płyty prostokątne na sprężystym podłożu	208
2. Przykłady zastosowania metody Naviera	208
2.1. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona równomiernie	208
2.2. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona siłą skupioną	220
2.3. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona na linii	222
2.4. Przegubowo podparta płyta trójkątna obciążona siłą skupioną	225
3. Podwójne szeregi sinusowo-kosinusowe	226
4. Podwójne szeregi kosinusowo-kosinusowe	227
5. Podwójne szeregi trygonometryczne w płytach ortotropowych	228

Rozdział IX. Zastosowanie pojedynczych szeregów trygonometrycznych

1. Pojedyncze szeregi sinusowe	231
1.1. Rozwiązanie ogólnego zadania Lévy'ego	231
1.2. Zestawienie wzorów na wielkości kinematyczne i statyczne	233
2. Płyta utwardzona na dwóch brzegach obciążona równomiernie	235
3. Nieograniczona płyta na sprężystym podłożu obciążona ciągiem sił skupionych działających w jednej linii	244
4. Zastosowanie szeregów pojedynczych w półpasmach	247
5. Pojedyncze szeregi trygonometryczne w płytach ortotropowych	252
6. Zginanie prostokątnej płyty ortotropowej obciążonej równomiernie	256
6.1. Sformułowanie i rozwiązanie zadania	256
6.2. Analiza wyników dla płyt zbrojonych włóknami	259

Rozdział X. Zastosowanie szeregów trygonometrycznych we współrzędnych biegunowych

1. Zestawienie podstawowych zależności	265
1.1. Uwagi wstępne	265
1.2. Płyty o kształcie koła i pierścienia obciążone niesymetrycznie	267
1.3. Płyty o kształcie wycinka koła	270
2. Przykłady wstępne	271
2.1. Sformułowanie rozpatrywanych zadań i zestawienie wzorów	271
2.2. Płyta pierścieniowa	272
2.3. Płyta kołowa zamknięta	273
2.4. Dyskusja rozwiązań 2.2 i 2.3	273
2.5. Płyta półkola obciążona równomiernie	274
2.5.1. Płyta półkola swobodnie podparta	275
2.5.2. Płyta półkola swobodnie podparta na brzegu prostoliniowym i utwardzona na brzegu krzywoliniowym	275
3. Płyta kominowa obciążona nierównomiernie	279
3.1. Sformułowanie zadania	279
3.2. Zestawienie podstawowych wzorów	280
3.3. Warunki brzegowe i ciągłości w płycie kominowej	283
3.4. Rozwiązanie zadania	283
3.5. Dyskusja rozwiązania	285

Rozdział XI. Metody wariacyjne w teorii płyt izotropowych

1. Metoda Ritza-Timoshenki	297
2. Metoda Bubnowa-Galerkina	298
3. Przykłady zastosowania metod wariacyjnych	299
3.1. Płyty kołowo symetryczne	300
3.2. Płyty prostokątne	303

Rozdział XII. Uogólnienia teorii płyt

1. Płyty Kirchhoffa obciążone gradientem temperatury	319
1.1. Obciążenie różnicą temperatury	319
1.2. Modyfikacja równań teorii płyt obciążonych temperaturą	319
1.3. Nieograniczona płyta obciążona gradientem temperatury	321
1.4. Płyta półpłaszczyznowa na sprężystym podłożu, obciążona gradientem temperatury	321
1.5. Pasma równomiernie obciążone stałym gradientem temperatury	324
1.6. Zależności we współrzędnych biegunowych	327
1.7. Płyta kołowa swobodnie podparta	328
1.8. Utwardzona płyta kołowa	330
1.9. Płyta pierścieniowa	331

1.10. Swobodnie podparte płyty prostokątne	332
1.11. Płyta prostokątna obciążona stałym gradientem temperatury	333
1.12. Płyta prostokątna obciążona sinusoidalnym gradientem temperatury	334
1.13. Rozwiązania pojedynczym szeregiem trygonometrycznym	336
2. Superpozycja stanu tarczowego i płytowego	338
2.1. Stan przemieszczenia	338
2.2. Stan odkształcenia	338
2.3. Stan naprężenia	339
2.4. Siły przekrojowe	339
2.5. Równania równowagi	341
2.6. Równania przemieszczeniowe	341
2.7. Warunki brzegowe	341
2.8. Zagadnienie brzegowe dla płyto-tarczy	342
3. Płyty warstwowe	342
3.1. Wyprowadzenie podstawowych zależności dla płyt warstwowych	342
3.2. Nieskończona płyta na sprężystym podłożu, obciążona równomiernie na pasie	346
4. Wybrane zagadnienia stateczności płyt Kirchhoffa	348
4.1. Wyboczenie prostokątnej płyty swobodnie podpartej na brzegach	348
4.2. Płyta swobodnie podparta w jednym kierunku i utwierdzona w drugim	352
4.3. Płyta swobodnie podparta na trzech brzegach i na jednym utwierdzona	354
4.4. Stateczność płyty swobodnie podpartej obciążonej w dwóch kierunkach	355

Dodatek. Podstawowe równania teorii sprężystości materiałów anizotropowych

1. Sformułowanie zadania brzegowego	359
2. Podstawowe wnioski wynikające z własności tensorów Hooke'a	361
3. Standardowa notacja Voigta	363
4. Techniczne „stałe sprężystości” i ich interpretacja	364
5. Reprezentacje tensorów Hooke'a w szczególnych przypadkach anizotropii	365
6. Zagadnienia brzegowe liniowej teorii sprężystości jednorodnych materiałów izotropowych	366
6.1. Sformułowanie zadania statyki	366
6.2. Sformułowanie zadania brzegowego w przemieszczeniach	367
7. Macierze sztywności i podatności materiału ortotropowego	369
8. Tarcze	371
9. Zagadnienie wyznaczenia trajektorii wartości własnych tensorów płaskich drugiego rzędu	372
10. Uwagi o hipotezach wyężeniowych	375

Bibliografia	376
---------------------------	-----