

Spis treści

Przedmowa	5
1. Wprowadzenie	7
2. Kryteria zbieżności szeregów liczbowych	10
2.1. Kryterium porównawcze	10
2.2. Kryterium porównawcze typu Cauchy'ego	16
2.3. Przykłady wzorcowe	18
2.4. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów	19
2.5. Twierdzenie o trzech szeregach	25
2.6. Kryterium Kummera	28
2.7. Kryterium zbieżności Raabego	32
2.8. Kryterium zbieżności Bertranda	37
2.9. Kryterium zbieżności Gaussa	39
2.10. Kryteria różniczkowe Ślusarczuka	41
2.11. Uogólnione kryterium Jermakowa	46
2.12. Uogólnione kryterium Leibniza zbieżności szeregów naprzemiennych	50
2.13. Uogólnione kryterium Leibniza dla szeregów blokowo naprzemiennych (autorskie)	57
2.14. Drugie oraz m -te kryteria ilorazowe	61
2.15. Porównawcze kryteria ilorazowe	67
2.15.1. Twierdzenie Jehlkego-Agnew-Hoanga	71
2.16. Uwagi do kryterium kondensacyjnego Cauchy'ego	74
2.16.1. Funkcje półciągle z dołu	79
2.16.2. Dowód twierdzenia Pellinga	81
2.16.3. Kryterium kondensacyjne Sawonia	85
3. Wybrane fakty na temat szeregów zbieżnych o składnikach rzeczywistych	87
3.1. Twierdzenie Oliviera	87
3.2. Twierdzenie Kroneckera, równoważne mu twierdzenie de la Vallée-Poussin'a-Krzyża oraz kryterium Dirichleta	99
3.3. Szeregi naprzemienne w przestrzeniach skończone wymiarowych	112
3.4. Problem Sennotta	117

4. Iloczyn Cauchy'ego szeregów	123
4.1. Twierdzenie Cauchy'ego-Mertensa	123
4.2. Twierdzenie Cesaro	126
5. Liczby harmoniczne	129
6. Jeszcze jeden ważny szereg rozbieżny	136
6.1. Nierówność Leo Mosera i funkcja dzeta Riemanna	136
6.1.1. Wybrane problemy o wartościach funkcji dzeta	141
6.2. Kolejne pięć dowodów rozbieżności szeregu $\sum_{p \in \mathbb{P}} \frac{1}{p}$	152
6.3. Kontrapunkt do szeregu odwrotności liczb pierwszych	154
6.4. Liczby pierwsze bliźniacze	157
6.5. Podszeregi szeregu odwrotności liczb pierwszych	161
6.6. Twierdzenie Dirichleta o szeregach liczb pierwszych	164
7. Szeregi iterowanych logarytmów	169
7.1. Wybrane fakty	169
7.2. Warunki konieczne zbieżności pewnych całek niewłaściwych	172
8. Szeregi podwójne	175
8.1. Wprowadzenie	175
8.2. Kryteria Markowa-Pringsheima zbieżności szeregów podwójnych	176
8.3. Twierdzenia Kałużnego	179
8.4. O pewnej własności szeregów bezwzględnie zbieżnych	188
8.5. Szeregi podwójne w abelowych grupach topologicznych	191
8.5.1. Bazowe twierdzenie macierzowe Antosika-Mikusińskiego	195
9. O maksimum modułu sum podszeregów	197
10. O elementarnych metodach sumowania pewnych szeregów	199
10.1. Pierwsza metoda	199
10.2. Druga metoda	201
10.3. Trzecia metoda	201
11. Zadania i problematy	204
11.1. Zestaw wybranych zadań	204
11.2. Problematy	260
11.3. Cykle ciągu $a_n = \operatorname{sgn} \sin n$	263
11.4. Jeszcze jedna własność liczb $\sin(n)$	265
11.5. O pewnym zadaniu dla profesora Zahorskiego	266
Bibliografia	270
Oznaczenia	279
Skorowidz	280