

Spis treści

Przedmowa	7
1. Wprowadzenie	9
1.1. Obszar zbieżności szeregu potęgowego	9
1.2. Wzór Cauchy'ego-Hadamarda	12
1.3. Rozwinięcia funkcji w szereg potęgowy	16
1.3.1. Przykłady rozwinięć wybranych funkcji w szeregi potęgowe	19
1.3.2. Rozwinięcia funkcji w szereg potęgowy w punktach z przedziału zbieżności	22
1.4. Odwrotności szeregów potęgowych – wstęp	24
1.5. Różniczkowanie i całkowanie szeregów potęgowych	26
1.6. Twierdzenie Abela o wartości granicznej i jednostajna zbieżność szeregów potęgowych	31
1.7. Jednoznaczność rozwinięcia w rzeczywisty szereg potęgowy	34
1.8. Twierdzenie Bohra	35
1.9. Zastosowanie rozwinięć w szeregi potęgowe do obliczania całek oznaczonych i nieoznaczonych	37
1.10. Zastosowanie szeregów potęgowych do całkowania równań różniczkowych	40
1.11. Zastosowanie szeregów potęgowych do dowodzenia i generowania nierówności	44
1.12. O pewnym szeregu lakunarnym	45
1.13. Pierwiastki wielokrotne szeregów potęgowych o współczynnikach z przedziału $[-1, 1]$	48
1.14. Zadania dla żądnych wiedzy	49
1.15. Wzór Stirlinga	64
2. Funkcje tworzące centralnych współczynników dwumianowych i liczb Catalana	69
3. Szereg Gregory'ego	87
4. Odwrotności elementów w pierścieniu formalnych szeregów potęgowych	98
4.1. Opis odwrotności szeregów z użyciem wyznaczników	104
4.2. Twierdzenie Kałuży	107
5. Twierdzenie Abela – wersja zespolona	109
6. Twierdzenie Taubera	113

7. Reguły monotoniczności dla ilorazów dwóch szeregów potęgowych	117
8. Tożsamość potrójnego iloczynu Jacobiego	125
8.1. Pentagonalna tożsamość Eulera	130
9. Funkcje hipergeometryczne	132
9.1. Szeregi hipergeometryczne – obszar zbieżności	132
9.2. Hipergeometryczne równanie różniczkowe	137
10. Ogólne szeregi Dirichleta	141
10.1. Uogólnione szeregi potęgowe – dla wykładników słabo nieograniczonych (podejście autorskie)	141
10.2. Wersja z wykładnikami rzeczywistymi	148
10.3. Wersja z wykładnikami zespolonymi	156
11. Szeregi potęgowe o dodatnich współczynnikach w przestrzeniach $L^p[a, b]$	160
12. Szeregi geometryczne w algebrach unormowanych	163
12.1. Podstawowe fakty i przykłady	163
12.2. Szeregi Neumanna a pochodna Frécheta	168
13. Przestrzenie $l^{\geq p}$, $l^{> p}$ oraz l^p	173
13.1. Typowe elementy rodzin $l^{\geq 1}$, $l^{> 1}$ i l^1	175
13.2. Znane fakty	176
13.3. Zapisy i terminologia	178
13.4. Zakres badań	178
13.5. Tematyka podciągów	178
13.6. Gęstość relacji $>$	181
13.7. Transformacje typu wykładniczego	183
13.8. Algebra $l^{\geq 1}$	185
14. Wielokrotne szeregi potęgowe – wprowadzenie	188
15. Liczby i wielomiany Bernoulliego	197
15.1. Wstęp	197
15.2. Funkcje tworzące	200
15.3. Liczby i wielomiany stowarzyszone z liczbami i wielomianami Bernoulliego	205
15.4. Wielomiany oraz funkcje Daehee i Changhee	209
Bibliografia	211
Oznaczenia	222
Skorowidz	224
Streszczenie	227