

Spis treści

1. O algebrach Liego grup Liego raz jeszcze. Cz. I	
Zdefiniowanie nawiasu w algebrze Liego grupy Liego za pomocą odwzorowania dołączonego.	
Własności nawiasu.	7
2. O algebrach Liego grup Liego raz jeszcze. Cz. II	
Jednoparametrowe podgrupy, odwzorowanie wykładnicze i jego własności.	10
3. Związek pomiędzy podgrupami i podalgebrami Liego	
Podgrupy Liego oraz wirtualne podgrupy Liego. Twierdzenie o wzajemnej jednoznaczności pomiędzy wirtualnymi podgrupami a podalgebrami Liego.	12
4. Grupa automorfizmów algebry Liego	
Kilka uwag o odwzorowaniu wykładniczym i podgrupach Liego. Grupa automorfizmów algebry Liego i jej algebra Liego. Grupa dołączona i jej związek z centrum.	14
5. Zwarte i półproste algebry Liego. Cz. I	
Ideały w algebrze Liego, przykłady. Związek pomiędzy ideałami a normalnymi podgrupami Liego. Forma Killinga i definicja półprostych algebr Liego. Twierdzenie o rozkładzie półprostej algebry Liego na sumę ideałów prostych.	17
6. Zwarte i półproste algebry Liego. Cz. II	
Przykłady półprostych algebr Liego. Algebra różniczkowań półprostej algebry Liego. Definicja zwartej algebry Liego. Twierdzenie o strukturze zwartych algebr. Przykłady.	20
7. Rozwiązalne i nilpotentne algebry Liego. Radykał oraz twierdzenie Leviego	
Definicja rozwiązalnych i nilpotentnych algebr Liego. Przykłady. Kryteria Engela i Cartana nilpotentności i rozwiązalności. Iloczyny półproste oraz rozszerzenia algebr Liego. Twierdzenie Leviego o strukturze dowolnej algebry Liego.	23
8. Podalgebry Cartana i rozkład na podprzestrzenie pierwiastkowe. Cz. I	
Definicja podalgebry Cartana i twierdzenie o jej istnieniu. Definicja pierwiastków i przestrzeni pierwiastkowych, ich własności.	26
9. Podalgebry Cartana i rozkład na podprzestrzenie pierwiastkowe. Cz. II	
Przykłady obliczenia pierwiastków, przestrzeni pierwiastkowych oraz formy Killinga dla klasycznych algebr Liego.	29
10. Podalgebry Cartana i rozkład na podprzestrzenie pierwiastkowe. Cz. III	
Ciąg dalszy własności pierwiastków oraz rozkładu na podprzestrzenie pierwiastkowe.	32

11. Istotność układu pierwiastków. Formy rzeczywiste zespolonych półprostych algebr Liego

Twierdzenie o tym, że układ pierwiastkowy wyznacza algebrę Liego z dokładnością do izomorfizmu. Formy rzeczywiste zespolonych algebr Liego. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności formy zwartej dla półprostej zespolonej algebry Liego. 35

12. Abstrakcyjne układy pierwiastków

Definicja i przykłady abstrakcyjnych układów pierwiastków. Pierwiastki dodatnie i proste. Macierz Cartana układu pierwiastków. 38

13. O klasyfikacji półprostych algebr Liego

Graf Coxetera i diagram Dynkina układu pierwiastków. Przykłady. Klasyfikacja diagramów Dynkina. Twierdzenie o odpowiedniości pomiędzy macierzami Cartana a układami generatorów kanonicznych półprostych algebr Liego. Twierdzenie o istnieniu półprostej algebry Liego z danym układem pierwiastków. 42

14. Elementy teorii reprezentacji półprostych algebr Liego

Wagi reprezentacji. Klasyfikacja reprezentacji algebry Liego $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$. Najwyższa waga reprezentacji. Twierdzenie o związku najwyższej wagi a innych wag reprezentacji. Twierdzenie o klasyfikacji reprezentacji półprostych algebr Liego. Przykład wielokąta foremego dla reprezentacji algebry Liego $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ 46