

Spis treści

1. Wprowadzenie do wykładu, cz. I	
Pojęcie grupy. Działanie grupy na zbiorze. Pojęcie orbity i stabilizatora. Przykłady grup i ich działań.	7
2. Wprowadzenie do wykładu, cz. II	
Pojęcie reprezentacji grupy. Homomorfizmy i izomorfizmy grup. Problem klasyfikacji grup oraz reprezentacji. Grupa ilorazowa oraz grupy proste.	11
3. Iloczyny proste i półproste oraz rozszerzenia grup, cz. I	
Iloczyny proste i półproste grup i ich przykłady. Pojęcie rozszerzenia grupy. Pytanie o równoważność rozszerzeń. Kohomologie grupy o wartościach w grupie abelowej. . .	15
4. Iloczyny proste i półproste oraz rozszerzenia grup, cz. II	
Odpowiedź na pytanie o równoważność rozszerzeń. Rozpoznawanie iloczynów półprostych wśród wszystkich rozszerzeń. Przykład rozszerzenia niebędącego iloczynem półprostym. .	18
5. Elementy teorii grup krystalograficznych	
Definicja i przykłady przestrzeni topologicznych, odwzorowania ciągłego, topologii ilorazowej. Pojęcie grupy krystalograficznej. Twierdzenia Bieberbacha i Zassenhausa. Algorytm Zassenhausa klasyfikacji grup krystalograficznych oraz jego ilustracja dla „grup tapetowych”.	21
6. Elementarna teoria reprezentacji, cz. I	
Reprezentacje nieprzywiedlne i w pełni przywiedlne. Twierdzenie o zupełnej przywiedlności reprezentacji grup skończonych. Działania na reprezentacjach.	28
7. Elementarna teoria reprezentacji, cz. II	
Charakter reprezentacji i jego własności. Operatory splatające i lemat Schura. Relacje ortogonalności dla charakterów.	31
8. Elementarna teoria reprezentacji, cz. III	
Twierdzenie o tym, że charakter wyznacza reprezentację z dokładnością do równoważności. Kryterium nieprzywiedlności reprezentacji. Rozkład reprezentacji regularnej na nieprzywiedlne. Reprezentacje grup abelowych. Przykłady klasyfikacji reprezentacji grup skończonych.	34
9. Reprezentacje indukowane, cz. I	
Pojęcie pierścienia i modułu nad pierścieniem. Iloczyn tensorowy modułów. Algebra grupowa grupy skończonej. Równoważność pojęcia reprezentacji grupy i modułu nad algebrą grupową.	39
10. Reprezentacje indukowane, cz. II	
Pojęcie reprezentacji indukowanej z reprezentacji podgrupy. Charakter reprezentacji indukowanej oraz wzór wzajemności Frobeniusa. Przykład reprezentacji indukowanej. . . .	42

11. Reprezentacje rzeczywiste i kwaternionowe

Kompleksyfikacja i urzeczywistnienie przestrzeni wektorowych. Rzeczywista oraz kwaternionowa struktury na zespolonej przestrzeni wektorowej oraz reprezentacji. Twierdzenie Frobeniusa-Schura – kryterium rozróżniające te struktury. 45

12. Grupy Liego, cz. I

Pojęcie grupy i podgrupy Liego. Przykłady. 49

13. Grupy Liego, cz. II

Pojęcie algebry Liego oraz algebry Liego danej grupy Liego. Twierdzenia Liego o związkach grup i algebr Liego. 51