

Spis treści

Przedmowa

7

1. Granica i ciągłość funkcji

9

1.1. Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej	9
Granica funkcji jednej zmiennej	9
Granice jednostronne	26
Ciągłość funkcji jednej zmiennej	30
Własności funkcji ciągłych	36
1.2. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych	38
Funkcje wielu zmiennych	38
Granica funkcji wielu zmiennych	43
Granice iterowane	47
Ciągłość funkcji wielu zmiennych	51
1.3. Zadania do samodzielnego rozwiązania	54

2. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej

65

2.1. Pochodna funkcji	65
Definicja pochodnej funkcji	65
Interpretacja geometryczna pochodnej	76
Różniczkowalność funkcji	78
Pochodne wyższych rzędów	82
2.2. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego	85
Różniczka funkcji	85
Wzór Taylora	86
Twierdzenie Rolle'a i Lagrange'a	90
Twierdzenie de l'Hospitala	93
2.3. Badanie przebiegu zmienności funkcji	97
Asymptoty wykresu funkcji	97
Monotoniczność i ekstrema lokalne funkcji	100
Ekstrema globalne funkcji	109
Wklęsłość i wypukłość funkcji. Punkty przegięcia	110
Badanie funkcji	116
2.4. Zastosowania rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej	129

Zastosowania w fizyce	129
Zastosowania w chemii	132
Zastosowania w ekonomii	135
2.5. Zadania do samodzielnego rozwiązania	141
3. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych	153
3.1. Pochodne cząstkowe	153
Pochodne cząstkowe rzędu pierwszego	153
Pochodna kierunkowa	166
Pochodne cząstkowe wyższych rzędów	169
Różniczka funkcji i wzór Taylora	174
Zastosowanie różniczki funkcji do obliczeń przybliżonych	179
Pochodne funkcji złożonej	180
3.2. Badanie funkcji wielu zmiennych	185
Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych	185
Ekstrema lokalne funkcji	187
Wartości najmniejsza i największa funkcji na zbiorze domkniętym	202
3.3. Zastosowania rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych	208
Zastosowania w fizyce i chemii	208
Zastosowania w ekonomii	211
3.4. Zadania do samodzielnego rozwiązania	214
4. Funkcje uwikłane	227
4.1. Funkcje uwikłane jednej zmiennej	227
Definicja funkcji uwikłanej jednej zmiennej	227
Ekstrema lokalne funkcji uwikłanej	232
4.2. Funkcje uwikłane wielu zmiennych	234
Definicja funkcji uwikłanej wielu zmiennych	234
Płaszczyzna styczna do powierzchni	235
4.3. Zadania do samodzielnego rozwiązania	237
Dodatek – zbiory w przestrzeni euklidesowej	239
Otoczenie i sąsiedztwo	239
Zbieżność ciągu punktów w przestrzeni $\mathbb{R}^n$	241
Otwartość, domkniętość i ograniczoność zbioru	243
Odpowiedzi do zadań	247
Bibliografia	275