

Spis treści

Wstęp	7
Część I. Modele układów o parametrach skupionych	
1. Przykłady modeli o parametrach skupionych	13
1.1. Model maltuzjański i model logistyczny	13
1.2. Analogi dyskretne równania logistycznego	15
1.3. Model wahadła płaskiego (matematycznego) poruszającego się w polu grawitacyjnym	18
1.4. Formalizm Lagrange’a	19
1.5. Przykłady otrzymywania równań dynamiki za pomocą formalizmu Lagrange’a	21
2. Metody teorii układów dynamicznych w badaniach modeli o parametrach skupionych	27
2.1. Pojęcia podstawowe. Linearyzacja i klasyfikacja punktów stacjonarnych na płaszczyźnie	27
2.2. Układy konserwatywne (zachowawcze) o jednym stopniu swobody	34
2.3. Układy dynamiczne w $\mathbb{R}^2$ mające nieanalityczne rozwiązania	40
2.4. Układy dynamiczne w $\mathbb{R}^n$. Podprzestrzenie oraz rozmaitości niezmiennicze	47
2.5. Odwzorowania dyskretne generowane przez potoki fazowe układów dynamicznych	49
2.6. Rezonans parametryczny	50
2.7. Wahadło Kapitzy	56

3. Drgania nieliniowe w układach o parametrach skupionych	61
3.1. Wstęp	61
3.2. Modele konkurencji międzygatunkowej	61
3.3. Model van der Pola	63
3.4. Oznaki istnienia (nieistnienia) trajektorii okresowych	66
3.5. Bifurkacja Andronova–Hopfa	66
4. Drgania w układach nieautonomicznych i wielowymiarowych	83
4.1. Wstęp	83
4.2. Bifurkacje w równaniu Duffinga z okresową częścią niejednorodną	83
4.3. Metody badań rozwiązań chaotycznych	88
 Część II. Modele układów o parametrach rozłożonych	
5. Modele opisujące wielkości polowe	105
5.1. Uwagi wstępne	105
5.2. Równania dynamiki cieczy i gazu	106
5.3. Równanie transportu	117
5.4. Klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego	121
6. Metody rozwiązywania liniowych równań cząstkowych	127
6.1. Metoda rozwiązywania zagadnień Cauchy’ego oparta na przekształceniu Fouriera	127
6.2. Przekształcenie Laplace’a	134
6.3. Metoda rozdzielania zmiennych	147
7. Zastosowanie metod numerycznych do rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych	170
7.1. Metoda różnic skończonych	170
7.2. Metoda linii	175
7.3. Metoda Galerkina	176
7.4. Metoda elementów skończonych	178
8. Pewne modele ewolucyjne	180
8.1. Równania falowe. Wpływ nieliniowości oraz dyspersji na ewolucję zaburzeń początkowych	180
8.2. Równanie Burgersa	185
8.3. Równanie Kortewega–de Vriesa (KdV) i jego modyfikacje	191
8.4. Równanie Rosenau–Hymana. Ewolucja kompaktów	199

Dodatki

A. Elementy rachunku różniczkowego i całkowego

funkcji zmiennej zespolonej	205
A.1. Funkcje holomorficzne i ich własności	205
A.2. Całkowanie funkcji o wartościach zespolonych	206
A.3. Funkcje holomorficzne w pierścieniu. Rozwinięcie w szereg Laurenta i klasyfikacja punktów osobliwych	209

B. Pewne stwierdzenia uzasadniające wykorzystanie przekształceń całkowych

w rozwiązywaniu równań różniczkowych	213
B.1. Przestrzeń dystrybucji temperowanych	213
B.2. Przekształcenie Fouriera w zbiorze $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$	216
B.3. Warunki pozwalające sprowadzić znalezienie odwrotnej transformaty Laplace'a do obliczenia residuów	217

C. Krótkie wprowadzenie w teorię funkcji specjalnych

.	221
C.1. Wstęp	221
C.2. Funkcje walcowe	223
C.3. Wielomiany Legendre'a	224

Bibliografia	226
------------------------	-----