

SPIS RZECZY.

Przedmowa	Strona
Wstęp	1

ROZDZIAŁ I.

Teoria ciągów.

1. Definicja ciągu	5
2. Ciągi monotoniczne	7
3. Ciągi ograniczone	8
4. Działania na ciągach	8
5. Granica ciągu monotonicznego	10
6. Ogólna definicja granicy ciągu	11
7. Pewne kryterjum zbieżności	12
8. Działania na ciągach zbieżnych	12
9. Ciągi rozbieżne do $\pm \infty$	13
10. Twierdzenia o ciągach rozbieżnych do $\pm \infty$	14
11*. Odcinki ciągu	15
12*. Ciągi różniące się tylko порядkiem wyrazów	16
13*. Pojęcie przybliżenia	17
14*. Definicja granicy	18
15*. Zbieżność ciągów o równych wyrazach	23
16*. Niezależność granicy od porządku wyrazów	23
17*. Zbieżność ciągów częściowych	24
18*. Granica ciągu o wyrazach nieujemnych	25
19*. Granica sumy i różnicy ciągów	26
20*. Granica iloczynu ciągów	27
21*. Granica iloczynu ciągu przez liczbę	29
22*. Granica ilorazu ciągów	30
23*. Zbieżność ciągów monotonicznych i ograniczonych	32
24*. Warunek Cauchy'ego	33

	Strona
25*. Ograniczoność ciągów zbieżnych	34
26* Zbieżność ciągu, zawartego między dwoma innemi	35
27 Wyznaczenie niektórych granic	38
28. Liczba $e = 2.71828...$	41

ROZDZIAŁ II.

Funkcje jednej zmiennej.

1. Przykłady funkcji. Pojęcie funkcji	49
2. Oznaczenia	50
3. Ścisła definicja pojęcia funkcji	50
4. Różne rodzaje określenia funkcji	51
5. Sposoby przedstawiania funkcji. Tablice	51
6. Wykresy	53
7. Funkcje ograniczone. Funkcje monotoniczne	54

ROZDZIAŁ III.

Granica funkcji.

1. Definicja granicy funkcji	56
2. Działania na granicach	57
3. Warunek istnienia granicy	59
4. Granica jednostronna	64
5. Granice niewłaściwe	66
6. Wniosek z istnienia granicy różnej od zera	69
7. Obliczenie niektórych granic	69

ROZDZIAŁ IV.

Ciągłość funkcji.

1. Definicja	76
2. Warunek konieczny i dostateczny dla ciągłości funkcji	77
3. Interpretacja geometryczna	78
4. Działania na funkcjach ciągłych	78
6. Definicja jednostajnej ciągłości	79
7. Interpretacja geometryczna	79
8. Ciągłość funkcji jednostajnie ciągłych	80
9. Podstawowe twierdzenia o funkcjach ciągłych w przedziale zamkniętym	83
10. Definicja funkcji złożonej	85

	Strona
11. Ciągłość funkcji złożonej	85
12. Definicja funkcji odwrotnej	86
13. Interpretacja geometryczna	86
14. Ciągłość funkcji odwrotnej	87
15. Funkcja $y = x^n$	88
16. Funkcja $y = a^x$, $a > 0$	90
17. Funkcja $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$	91
18. Funkcje trygonometryczne	91
19. Funkcje cyklometryczne	92

ROZDZIAŁ V.

Pochodna funkcji.

1. Definicja pochodnej	103
2. Pochodne jednostronne	106
3. Istnienie pochodnej, a ciągłość	106
4. Pochodna jako funkcja	107
5. Interpretacje pochodnej w geometrii i fizyce	107
6. Funkcje ciągle nie posiadające pochodnej (przykłady)	109
7. Pochodna funkcji stałej jest zerem	110
8. Pochodna funkcji $y = x^n$	110
9. Pochodna funkcji $y = a \cdot f(x)$	111
10. Pochodna sumy, iloczynu, ilorazu	112
11. Pochodna funkcji złożonej	116
12. Pochodna funkcji odwrotnej	117
13. Definicja różniczki	119
14. Różniczka funkcji złożonej	120
15. Różniczka sumy, iloczynu i ilorazu	122
16. Interpretacja geometryczna różniczki	122
17. $y = x^n$, $y'x = nx^{n-1}$ ($x \neq 0$)	123
18. $y = \log_a x$, $y'x = \frac{1}{x} \log_a e$	127
19. $y = a^x$, $y' = a^x \log a$; $y = e^x$, $y' = e^x$	129
20. Funkcje trygonometryczne	130
21. Funkcje cyklometryczne	133
22. Pochodna logarytmiczna	137
23. Pochodne wyższych rzędów	139
24. Formuła Leibnitza	141
25. Funkcje dane przedstawieniem parametrycznym	144
26. Różniczki wyższych rzędów	147
Zadania	152

ROZDZIAŁ VI.

Twierdzenia Rolle'a. Twierdzenie o wartości średniej.
Wzór Taylora.

	Strona
1. Twierdzenie o wartości średniej	156
2. Twierdzenie Rolle'a	157
3. Dowód twierdzenia Rolle'a	159
4. Dowód twierdzenia o wartości średniej	160
5. Wnioski z twierdzenia o wartości średniej	161
6. Pochodna funkcji złożonej	162
7. Wzór Taylora	162
8. Dowód wzoru Taylora	164
9. Wypukłość	170

ROZDZIAŁ VII.

Maxima i minima; punkty przegięcia.

1. Definicja ekstremum	172
2. Warunek konieczny dla istnienia ekstremum	174
3. Warunek wystarczający dla istnienia ekstremum	175
4. Ogólniejszy warunek wystarczający	177
5. Punkt przegięcia	180
6. Ekstrema funkcji przedstawionych parametrycznie	183
Zadania	185
Symbole nieoznaczone: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$	186
Symbole nieoznaczone $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0	190
Zadania	193

ROZDZIAŁ VIII.

Szeregi.

1. Definicja szeregu. Szeregi zbieżne	194
2. Konieczny warunek zbieżności	197
3. Szeregi ograniczone	198
5. Szeregi bezwzględnie zbieżne	200
6. Niezależność sumy od porządku wyrazów	202
7. Szeregi warunkowo zbieżne	204
8. Warunek konieczny i dostateczny dla zbieżności szeregu	205
9. Porównywanie szeregów	206

	Strona
10. Kryterjum Cauchy'ego	208
11. Kryterjum d'Alemberta	211
12. Definicja zbieżności ciągu funkcji	213
13. Zbieżność jednostajna	215
14. Działania na jednostajnie zbieżnych ciągach funkcji. Warunek konieczny i wystarczający jednostajnej zbieżności	216
15. Warunek wystarczający dla ciągłości granicy	218
16. Jednostajna zbieżność szeregów	219
17. Zbieżność bezwzględnie jednostajna szeregów funkcji	221
18. Różniczkowanie ciągów i szeregów	221
19. Szeregi potęgowe	224
20. Promień zbieżności szeregu potęgowego	225
21. Ciągłość sumy szeregu potęgowego	226
22. Wyznaczanie promienia zbieżności	226
23. Różniczkowanie szeregu potęgowego	227
24. Szereg Taylora	229
Zadania	235

ROZDZIAŁ IX.

Funkcje dwu zmiennych.

1. Zbiory płaskie. Obszary	238
2. Punkty brzegowe. Obszary domknięte	239
3. Obszary określone przez nierówności	239
4. Funkcje dwu zmiennych	240
5. Geometryczne przedstawienie funkcji dwu zmiennych	241
6. Warstwice	243
7. Definicja granicy	244
8. Twierdzenia o granicach	245
9. Ciągłość. Ciągłość jednostajna	246
10. Definicja pochodnych cząstkowych	247
11. Pochodne cząstkowe drugiego rzędu	249
12. Twierdzenie o przemienności różniczkowania	250
13. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów	252
14. Funkcje złożone	253
15. Pochodne cząstkowe funkcji złożonych	254
16. Definicja funkcji uwikłanej	256
17. Twierdzenie o istnieniu funkcji uwikłanej	257
18. Pochodne funkcji uwikłanej	258
19. Maksima i minima funkcji uwikłanych	261
Zadania	263

ROZDZIAŁ X.

Wzór i szereg Taylora. Maxima i minima. Różniczkowanie funkcji dwu zmiennych.

	Strona
1. Wzór Taylora	265
2. Szereg Taylora i Maclaurine'a	268
3. Definicja ekstremum	269
4. Warunki konieczne dla istnienia ekstremum	270
5. Warunek dostateczny dla istnienia ekstremum	271
Zadania	276
6. Definicja różniczek	276
7. Różniczka funkcji złożonej	277
8. 9. Zastosowania do funkcji jednej zmiennej	278
10. Różniczki cząstkowe	279
11. Różniczka a przyrost funkcji	280
Zadania	281
12. Różniczki wyższych rzędów	282

ROZDZIAŁ XI.

Funkcje wielu zmiennych.

1. Obszary	284
2. Funkcje wielu zmiennych	285
3. Granica, ciągłość	286
4. Pochodne cząstkowe	286
5. Wzór i szereg Taylora	287