

Spis rzeczy

Przedmowa autorów	5
Od tłumacza	6
Wstęp	11

Rozdział I. Przestrzenie liniowe

§ 1. Aksjomaty przestrzeni liniowej	13
§ 2. Przykłady przestrzeni liniowych	15
§ 3. Najprostsze wnioski z aksjomatów przestrzeni liniowej	20
§ 4. Kombinacja liniowa. Zależność liniowa	22
§ 5. Lemat o minorze bazowym	23
§ 6. Podstawowy lemat o dwóch układach wektorów	26
§ 7. Rząd macierzy	27
§ 8. Przestrzenie skończenie wymiarowe i nieskończenie wymiarowe. Baza	29
§ 9. Operacje liniowe we współrzędnych	30
§ 10. Izomorfizm przestrzeni liniowych	32
§ 11. Odpowiedniość pomiędzy przestrzeniami zespolonymi i rzeczywistymi	35
§ 12. Podprzestrzeń liniowa	36
§ 13. Powłoka liniowa	38
§ 14. Suma podprzestrzeni. Suma prosta	41

Rozdział II. Przekształcenia liniowe zmiennych. Przekształcenia współrzędnych

§ 1. Skrócony zapis sumowania	46
§ 2. Przekształcenie liniowe zmiennych. Iloczyn przekształceń liniowych zmiennych i iloczyn macierzy	48
§ 3. Macierze kwadratowe i przekształcenia niezdegenerowane	51
§ 4. Rząd iloczynu macierzy	55
§ 5. Przekształcenie współrzędnych przy zamianie bazy	57

Rozdział III. Układy równań liniowych. Płaszczyzny w przestrzeni afinicznej

§ 1. Przestrzeń afiniczna	60
§ 2. Współrzędne afiniczne	61
§ 3. Płaszczyzny	63
§ 4. Układy równań stopnia pierwszego	66
§ 5. Układy jednorodne	70
§ 6. Układy niejednorodne	76
§ 7. Wzajemne rozmieszczenie płaszczyzn	78
§ 8. Układy nierówności liniowych i wielościany wypukłe	85

Rozdział IV. Formy liniowe, dwuliniowe i kwadratowe

§ 1. Formy liniowe	93
§ 2. Formy dwuliniowe	97
§ 3. Macierz formy dwuliniowej	100
§ 4. Formy kwadratowe	101
§ 5. Sprowadzanie formy kwadratowej do postaci kanonicznej metodą Lagrange'a	104
§ 6. Postać normalna formy kwadratowej	107
§ 7. Prawo bezwładności form kwadratowych	108
§ 8. Sprowadzanie formy kwadratowej do postaci kanonicznej metodą Jacobiego	109
§ 9. Formy kwadratowe dodatnio określone i ujemnie określone	111
§ 10. Wyznacznik Grama. Nierówność Cauchy-Buniakowskiego	114
§ 11. Podprzestrzeń zerowa formy dwuliniowej i kwadratowej	116
§ 12. Stożek zerowy formy kwadratowej	118
§ 13. Najprostsze przykłady stożków zerowych form kwadratowych	120

Rozdział V. Algebra tensorowa

§ 1. Bazy sprzężone. Wektory kontrawariantne i kowariantne	123
§ 2. Iloczyn tensorowy przestrzeni liniowych	129
§ 3. Baza w iloczynie tensorowym. Współrzędne tensora	132
§ 4. Tensory form dwuliniowych	137
§ 5. Tensory wyższych rzędów. Iloczyn tensorów	140
§ 6. Współrzędne tensorów wyższych rzędów	143
§ 7. Formy wieloliniowe i ich tensory	144
§ 8. Symetryzacja i antysymetryzacja. Formy antysymetryczne	145
§ 9. Inny wariant wprowadzenia pojęcia iloczynu tensorowego dwóch przestrzeni liniowych	149

Rozdział VI. Pojęcie grupy i pewne jego zastosowania

§ 1. Grupy i podgrupy. Podział baz na klasy względem danej podgrupy macierzy. Orientacja	154
§ 2. Grupy przekształceń. Izomorfizm i homomorfizm grup	159
§ 3. Niezmienniki. Niezmienniki osiowe. Pseudonezmienniki	163
§ 4. Wielkości tensorowe	168
§ 5. Zorientowana objętość równoległościanu. Tensor wyznaczony przez dyskryminant	172

Rozdział VII. Przekształcenia liniowe przestrzeni liniowych

§ 1. Wiadomości ogólne	176
§ 2. Przekształcenie liniowe jako tensor	179
§ 3. Sens geometryczny rzędu i wyznacznika przekształcenia liniowego. Grupa niezdegenerowanych przekształceń liniowych	181
§ 4. Podprzestrzeń niezmiennicza	183
§ 5. Przykłady przekształceń liniowych	185
§ 6. Wektory własne i wielomian charakterystyczny przekształcenia	191
§ 7. Podstawowe twierdzenia o wielomianie charakterystycznym i wektorach własnych	193
§ 8. Przekształcenia nilpotentne. Ogólna struktura przekształceń zdegenerowanych	195
§ 9. Baza kanoniczna przekształcenia nilpotentnego	198
§ 10. Sprowadzanie macierzy przekształcenia do kanonicznej postaci Jordana	206

§ 11. Przekształcenia proste	210
§ 12. Równoważność macierzy	212
§ 13. Wzór Hamiltona-Cayleya	214

Rozdział VIII. Przestrzenie z metryką kwadratową

§ 1. Iloczyn skalarny	216
§ 2. Norma wektora	217
§ 3. Bazy ortonormalne	219
§ 4. Rzutowanie ortogonalne. Ortogonalizacja	220
§ 5. Izomorfizm metryczny	226
§ 6. Macierze k -ortogonalne i grupy k -ortogonalne	227
§ 7. Grupa obrotów euklidesowych	230
§ 8. Grupa obrotów hiperbolicznych	237
§ 9. Algebra tensorowa w przestrzeniach z metryką kwadratową	245
§ 10. Równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni z metryką kwadratową	252
§ 11. Przestrzeń euklidesowa. Macierze ortogonalne. Grupa ortogonalna	254
§ 12. Normalne równanie hiperpłaszczyzny w przestrzeni euklidesowej	258
§ 13. Objętość równoległościanu w przestrzeni euklidesowej. Tensor wyznaczony przez dyskryminant. Iloczyn wektorowy	261

Rozdział IX. Przekształcenia liniowe przestrzeni euklidesowej

§ 1. Przekształcenie sprzężone	264
§ 2. Lemat o pierwiastkach charakterystycznych macierzy symetrycznej	266
§ 3. Przekształcenia samosprężone	267
§ 4. Sprowadzanie formy kwadratowej do postaci kanonicznej w bazie ortonormalnej	272
§ 5. Jednoczesne sprowadzanie dwóch form kwadratowych do postaci kanonicznej	274
§ 6. Przekształcenia antysprężone	277
§ 7. Przekształcenia izometryczne	280
§ 8. Postać kanoniczna przekształcenia izometrycznego	284
§ 9. Ruch ciała sztywnego z jednym punktem nieruchomym	288
§ 10. Krzywizna i skreślenie krzywej przestrzennej	290
§ 11. Rozkład dowolnego przekształcenia liniowego na iloczyn przekształcenia samosprężonego i izometrycznego	292
§ 12. Zastosowania do teorii sprężystości. Tensor odkształceń i tensor naprężeń	295

Rozdział X. Wielowektory i formy zewnętrzne

§ 1. Antysymetryzacja	298
§ 2. Wielowektory. Iloczyn zewnętrzny	303
§ 3. Dwuwektory	307
§ 4. Wielowektory proste	316
§ 5. Iloczyn wektorowy	318
§ 6. Formy zewnętrzne i działania na nich	324
§ 7. Formy zewnętrzne i wielowektory kowariantne	327
§ 8. Formy zewnętrzne w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej	333

Rozdział XI. Hiperpowierzchnie drugiego stopnia

§ 1. Ogólne równanie hiperpowierzchni drugiego stopnia	337
§ 2. Zmiana lewej strony równania przy przeniesieniu początku współrzędnych	338

§ 3. Zmiana lewej strony równania przy zmianie bazy ortonormalnej	340
§ 4. Środek hiperpowierzchni drugiego stopnia	342
§ 5. Sprowadzanie ogólnego równania hiperpowierzchni drugiego stopnia w przestrzeni euklidesowej do postaci kanonicznej	344
§ 6. Klasyfikacja hiperpowierzchni drugiego stopnia w przestrzeni euklidesowej	347
§ 7. Przekształcenia afiniczne	354
§ 8. Afiniczna klasyfikacja hiperpowierzchni drugiego stopnia	358
§ 9. Przecięcie się prostej z hiperpowierzchnią drugiego stopnia. Kierunki asymptotyczne	358
§ 10. Kierunki sprzężone	361

Rozdział XII. Przestrzeń rzutowa

§ 1. Współrzędne jednorodne przestrzeni afinicznej. Punkty w nieskończoności	364
§ 2. Pojęcie przestrzeni rzutowej	367
§ 3. Pęk płaszczyzn w przestrzeni afinicznej	375
§ 4. Rzutowanie środkowe	382
§ 5. Rzutowa równoważność figur	385
§ 6. Klasyfikacja rzutowa hiperpowierzchni drugiego stopnia	390
§ 7. Przycinanie się hiperpowierzchni drugiego stopnia z prostą. Hiperpłaszczyzny biegunowe	395

<i>Dodatek. Dowód twierdzenia o klasyfikacji wielkości liniowych</i>	403
--	-----

Skorowidz	407
----------------------------	-----