

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	vii
Inhaltsverzeichnis	x
Symbolverzeichnis	xiii
1 Einführung: Was ist ein inverses Problem?	1
1.1 Computer-Tomographie	1
1.2 Impedanz-Tomographie	4
1.3 Ein inverses Streuproblem: Ultraschall-Tomographie	6
1.4 Inverse Wärmeleitungsprobleme	9
1.4.1 Eindimensionales Wärmeleitungsproblem	9
1.4.2 Bestimmung der Wandstärke eines Hochofens	11
1.5 Abstrakte Formulierung inverser Probleme	14
1.6 Übungsaufgaben	18
2 Schlecht gestellte Operatorgleichungen	20
2.1 Verallgemeinerte Inverse (Moore–Penrose-Inverse)	20
2.2 Kompakte Operatoren	24
2.3 Singulärwertzerlegung kompakter Operatoren	28
2.4 Ein Funktionalkalkül für kompakte Operatoren	35
2.5 Ein weiteres Beispiel zur SWZ: Die Radon-Transformation . .	37
2.6 Übungsaufgaben	47
3 Regularisierung linearer Probleme und Optimalität	52
3.1 Vorbetrachtungen	52
3.2 Klassifizierung von Regularisierungsverfahren	54
3.2.1 Grundlagen	54
3.2.2 Abstrakte Glattheit	56
3.2.3 Optimalität von Rekonstruktionsalgorithmen	58
3.3 Eine allgemeine Theorie linearer Regularisierungen	62
3.4 Das Diskrepanzprinzip	71
3.5 Ein verallgemeinertes Diskrepanzprinzip	76
3.6 Heuristische (“ ε -freie”) Parameterstrategien	82
3.7 Übungsaufgaben	90
4 Tikhonov–Phillips-Regularisierung	93
4.1 Verallgemeinerte Tikhonov–Phillips-Regularisierung	93
4.2 Iterierte Tikhonov–Phillips-Regularisierung	101
4.3 Übungsaufgaben	104

5 Iterative Regularisierungen	106
5.1 Landweber-Verfahren	106
5.2 Semi-iterative Verfahren	115
5.2.1 Die ν -Methoden	119
5.3 Das Verfahren der konjugierten Gradienten (cg-Verfahren)	121
5.3.1 Herleitung	122
5.3.2 Historische Herleitung des cg-Verfahren	126
5.3.3 cg-Polynome und ihre Orthogonalität	128
5.3.4 Stabilität und Konvergenz	132
5.3.5 Das Diskrepanzprinzip	137
5.3.6 Anzahl der Iterationen	146
5.4 Übungsaufgaben	149
6 Diskretisierung und Regularisierung	153
6.1 Projektionsverfahren	153
6.1.1 Diskretisierung durch Projektionsverfahren	153
6.1.2 Konvergenz von Projektionsverfahren	156
6.1.2.1 Anwendung der Fehlerquadratmethode auf die Symmsche Integralgleichung	161
6.1.3 Regularisierung durch Projektionsverfahren	163
6.1.3.1 Ein numerisches Experiment zur Fehlerquadratmethode	166
6.2 Regularisierung von Projektionsverfahren	171
6.2.1 Ein Diskrepanzprinzip für lineare Verfahren	173
6.2.2 Ein Diskrepanzprinzip für das cg-Verfahren	182
6.2.3 Numerische Experimente	188
6.2.4 Gebrochene Potenzen von Operatoren: Normabschätzungen	190
6.3 Semi-diskrete Probleme: Die Approximative Inverse	195
6.3.1 Einführende Betrachtungen	195
6.3.2 Konvergenz und Stabilität	202
6.3.3 Anwendung der Approximativen Inversen auf die Tomographie	208
6.3.3.1 Konvergenz und Stabilität	208
6.3.3.2 Algorithmus der gefilterten Rückprojektion	213
6.4 Übungsaufgaben	219
7 Nichtlineare schlecht gestellte Probleme	223
7.1 Lokale Schlechtgestelltheit	223
7.2 Fréchet-Differenzierbarkeit	228
7.3 Charakterisierung nichtlinearer schlecht gestellter Probleme	232
7.4 Nichtlineare Tikhonov–Phillips-Regularisierung	240
7.5 Iterative Methoden vom Newton-Typ	247
7.5.1 Das nichtlineare Landweber-Verfahren	248
7.5.2 Regularisierungen vom Gauß–Newton-Typ	249

7.5.3	Inexakte Newton-Verfahren	250
7.5.3.1	Termination der <code>repeat</code> -Schleife	252
7.5.3.2	Termination der <code>while</code> -Schleife	253
7.5.3.3	Konvergenz und Regularisierungseigenschaft . . .	263
7.5.3.4	Dynamische Steuerung der Toleranzen	265
7.5.3.5	Numerische Experimente	266
7.6	Übungsaufgaben	271
8	Anhang: Grundbegriffe aus der Funktionalanalysis	275
8.1	Normierte Räume und lineare Abbildungen	275
8.2	Drei Hauptsätze der Funktionalanalysis	280
8.3	Innenprodukträume	280
8.3.1	Orthogonalität und Orthogonalprojektoren	283
8.3.2	Orthonormalbasen	284
8.3.3	Adjungierte Operatoren	286
Literaturverzeichnis		288
Index		297