

Spis treści

WSTĘP	11
0.1. Cel i adresat książki	15
0.2. Matematyka czysta, matematyka stosowana	17
0.3. Kwestia paralelizmu filogeneza–ontogeneza w matematyce	20
0.4. Interpretowanie dawnej wiedzy matematycznej	25
0.5. Matematyka a humanistyka	32
0.6. Struktura i zakres książki	35
0.7. Wykorzystane publikacje	37

CZĘŚĆ 1

FILOGENEZA. PRZEŁOMY POJĘCIOWE W ROZWOJU HISTORYCZNYM MATEMATYKI

ROZDZIAŁ 1. ROZWÓJ ARYTMETYKI I POCZĄTKI ALGEBRY	43
1.1. Narodziny liczenia	43
1.2. Historyczny rozwój przedstawiania liczb naturalnych	47
1.3. Matematyka egipska i babilońska	56
1.4. Źródła wiedzy o matematyce greckiej	62
1.5. Arytmetyka pitagorejska	65
1.6. Odkrycie niewspółmierności	76
1.7. Eudoksos i jego teoria stosunków	92
1.8. Osiągnięcia hellenistycznej arytmetyki	97
1.9. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: ułamki	106
1.10. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: zero	112
1.11. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: liczby ujemne i symbolika arytmetyczna	116
1.12. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: liczby rzeczywiste	125
1.13. Ciągłość zbioru liczb rzeczywistych	135
1.14. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: liczby urojone i liczby zespolone	141
1.15. Rozszerzanie zakresu pojęcia liczby: kwaterniony i nieprzemienność	145
1.16. Początki algebry	147

1.17. Zasada indukcji zupełnej w teorii liczb naturalnych	150
1.18. Hierarchia struktur arytmetyki	154
1.19. Deduktywistyczny styl prezentacji matematyki	162
ROZDZIAŁ 2. GEOMETRIA I DEDUKCJA	165
2.1. Początki geometrii: kształty, figury, bryły, ornamenty, praktyka miernicza	165
2.2. Geneza i rozwój abstrakcyjnego pojęcia przestrzeni	169
2.3. Cud grecki: przejście od intuicyjnej wiedzy geometrycznej do systemu aksjomatycznego	173
2.4. Wpływ Platona na rozwój geometrii	181
2.5. Spór grecki o matematykę czystą (Platon) i stosowaną (Archytas).....	195
2.6. Wpływ Arystotelesa na rozwój matematyki	199
2.7. <i>Elementy</i> Euklidesa	203
2.8. Rola diagramów w geometrycznych rozumowaniach Greków	222
2.9. Spuścizna Archimedesesa w geometrii	227
2.10. Historia piątego postulat Euklidesa	230
2.11. Układ współrzędnych i kartezjański przewrót w geometrii	245
2.12. Odkrycie geometrii nieeuklidesowej	252
2.13. Wpływ Immanuela Kanta na rozwój geometrii.....	270
2.14. Empiryczne aspekty geometrii nieeuklidesowej	283
2.15. Powstanie geometrii rzutowej.....	288
2.16. Koncepcyjne podejście Bernharda Riemanna do geometrii	292
2.17. Przełom w rozwoju geometrii nieeuklidesowej	295
2.18. Orientacja prostej, płaszczyzny i przestrzeni	300
2.19. Wyjście poza trzy wymiary w geometrii	304
2.20. Zmiana standardu ścisłości aksjomatyki geometrii	310
2.21. Narodziny topologii	330

CZĘŚĆ 2

ONTOGENEZA. ROZWÓJ MATEMATYCZNY DZIECKA

ROZDZIAŁ 3. ROZWÓJ POJĘĆ ZWIĄZANYCH Z ARYTMETYKĄ	
I POCZĄTKI ALGEBRY	345
3.1. Początki liczenia u dziecka	346
3.2. Pojęciowy i rachunkowy rozwój działań arytmetycznych u dzieci	361

3.3. Przejście od arytmetyki do algebry	370
ROZDZIAŁ 4. ROZWÓJ POJĘĆ ZWIĄZANYCH Z GEOMETRIĄ	
I PRZESTRZENIA	377
4.1. Konstruowanie przestrzeni w umyśle dziecka	378
4.2. Poziomy myślenia geometrycznego u dzieci wyróżnione przez van Hielów	384
4.3. Poziomy myślenia geometrycznego wyróżnione przez Milana Hejnego	388
CZĘŚĆ 3	
UZUPEŁNIENIA	
ROZDZIAŁ 5. DALSZE OBLICZA MATEMATYKI	395
5.1. Długie wieki zmagania z problemami nieskończoności	396
5.2. Problemy rachunku prawdopodobieństwa	409
5.3. Matematyka a muzyka	433
5.4. Matematyka w architekturze i sztuce	445
5.5. Bieguny napięć intelektualnych w matematyce	453
5.6. Rola intuicji w rozumowaniach matematycznych	455
5.7. Transgresje poznawcze	458
5.8. Strukturalistyczne aspekty matematyki	462
5.9. Główne kierunki filozofii matematyki XX wieku	468
5.10. Reformy edukacyjne w duchu <i>Mathématique Moderne</i> ...	491
ROZDZIAŁ 6. DODATKI MATEMATYCZNE	495
6.1. Pięć najważniejszych twierdzeń matematyki	495
6.2. Pięć odkryć matematycznych, które wzbudziły największe zdziwienie	502
6.3. Liczby zespolone	512
6.4. Pojęcie grupy i program erlangeński Feliksa Kleina	517
ZAKOŃCZENIE. MATEMATYKA JEST JEDNA	519
WYKAZ UŻYWANYCH SYMBOLI	527
BIBLIOGRAFIA	529
SUMMARY	561
INDEKS OSÓB	567