

# Spis treści

|                                                                                                    |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Przedmowa.....                                                                                     | 7         |
| <b>Rozdział 1. Podstawowe równania.....</b>                                                        | <b>9</b>  |
| 1.1. Założenia.....                                                                                | 9         |
| 1.2. Przesunięcia i odkształcenia.....                                                             | 10        |
| 1.3. Naprężenia i siły przekrojowe.....                                                            | 12        |
| 1.4. Obciążenia i warunki równowagi.....                                                           | 18        |
| 1.5. Naprężenia w okładzinach i w rdzeniu.....                                                     | 23        |
| 1.6. Równania różniczkowe przemieszczeń.....                                                       | 26        |
| 1.6.1. Płyty z okładzinami grubymi.....                                                            | 26        |
| 1.6.2. Płyty z okładzinami cienkimi.....                                                           | 28        |
| 1.6.3. Alternatywne sformułowanie równań przemieszczeń.....                                        | 29        |
| 1.6.4. Obciążenie momentem zginającym rozłożonym wzdłuż płyty.....                                 | 32        |
| <b>Rozdział 2. Rozwiązania równań dla płyt z okładzinami grubymi.....</b>                          | <b>33</b> |
| 2.1. Płyta z siłą osiową $N$ rozciągającą.....                                                     | 33        |
| 2.1.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych.....                                                 | 33        |
| 2.1.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 37        |
| 2.1.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego.....                            | 42        |
| 2.1.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>uzmienniania stałych..... | 52        |
| 2.1.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>zsywania rozwiązań.....   | 62        |
| 2.2. Płyta z siłą osiową $N$ ściskającą.....                                                       | 68        |
| 2.2.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych.....                                                 | 68        |
| 2.2.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 71        |
| 2.2.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego.....                            | 77        |
| 2.2.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>uzmienniania stałych..... | 84        |
| 2.2.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>zsywania rozwiązań.....   | 92        |
| 2.3. Płyta nieobciążona siłą osiową.....                                                           | 96        |
| 2.3.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych.....                                                 | 96        |
| 2.3.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 97        |
| 2.3.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego.....                            | 102       |
| 2.3.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>uzmienniania stałych..... | 105       |
| 2.3.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody<br>zsywania rozwiązań.....   | 111       |

|                                                                                                    |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.3.6. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...                       | 114        |
| 2.3.7. Rozwiązania dla obciążenia rozłożonego na części przęsła przy podporze .....                | 126        |
| 2.3.8. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                                         | 127        |
| <b>Rozdział 3. Rozwiązania równań dla płyt z okładzinami cienkimi.....</b>                         | <b>136</b> |
| 3.1. Płyta z siłą osiową $N$ rozciągającą .....                                                    | 136        |
| 3.1.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych .....                                                | 136        |
| 3.1.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 139        |
| 3.1.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego .....                           | 143        |
| 3.1.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu uziemienniania stałych.....         | 146        |
| 3.1.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody zszywania rozwiązań.....     | 152        |
| 3.2. Płyta z siłą osiową $N$ ściskającą .....                                                      | 157        |
| 3.2.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych .....                                                | 157        |
| 3.2.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 160        |
| 3.2.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego .....                           | 163        |
| 3.2.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody uziemienniania stałych ..... | 166        |
| 3.2.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody zszywania rozwiązań.....     | 173        |
| 3.3. Płyta nieobciążona siłą osiową.....                                                           | 177        |
| 3.3.1. Rozwiązanie ogólne równań jednorodnych .....                                                | 177        |
| 3.3.2. Rozwiązanie szczególne równań niejednorodnych.....                                          | 179        |
| 3.3.3. Rozwiązanie dla obciążenia stałego równomiernie rozłożonego .....                           | 182        |
| 3.3.4. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody uziemienniania stałych ..... | 184        |
| 3.3.5. Rozwiązanie dla obciążenia skupionego przy zastosowaniu metody zszywania rozwiązań.....     | 189        |
| 3.3.6. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...                       | 192        |
| 3.3.7. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na części przęsła przy podporze .....                | 200        |
| 3.3.8. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                                         | 202        |
| <b>Rozdział 4. Przekształcanie rozwiązań dla obciążeń nieciągłych .....</b>                        | <b>210</b> |
| 4.1. Opis metody .....                                                                             | 210        |
| 4.2. Uzupełnienia dla płyt z okładzinami grubymi i siłą osiową rozciągającą .....                  | 224        |
| 4.2.1. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...                       | 224        |
| 4.2.2. Rozwiązania dla obciążenia rozłożonego na odcinku z jednej strony płyty .....               | 230        |
| 4.2.3. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                                         | 232        |
| 4.3. Uzupełnienia dla płyt z okładzinami grubymi i siłą osiową ściskającą .....                    | 232        |
| 4.3.1. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...                       | 232        |

|                                                                                          |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3.2. Rozwiązania dla obciążenia rozłożonego na odcinku z jednej strony płyty .....     | 238        |
| 4.3.3. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                               | 240        |
| 4.4. Uzupełnienia dla płyt z okładzinami cienkimi i siłą osiową rozciągającą .....       | 240        |
| 4.4.1. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...             | 240        |
| 4.4.2. Rozwiązania dla obciążenia rozłożonego na odcinku z jednej strony płyty .....     | 243        |
| 4.4.3. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                               | 245        |
| 4.5. Uzupełnienia dla płyt z okładzinami cienkimi i siłą osiową ściskającą .....         | 245        |
| 4.5.1. Rozwiązanie dla obciążenia rozłożonego na odcinku w przęśle płyty ...             | 245        |
| 4.5.2. Rozwiązania dla obciążenia rozłożonego na odcinku z jednej strony płyty .....     | 248        |
| 4.5.3. Rozwiązanie dla obciążenia momentem skupionym .....                               | 249        |
| <b>Rozdział 5. Równania rozdzielone i metoda ugięć częściowych .....</b>                 | <b>253</b> |
| 5.1. Sformułowanie równań rozdzielonych .....                                            | 253        |
| 5.2. Rozwiązywanie równań rozdzielonych .....                                            | 257        |
| 5.3. Warunki brzegowe rozdzielone .....                                                  | 276        |
| 5.4. Metoda ugięć częściowych .....                                                      | 288        |
| <b>Rozdział 6. Obciążenie temperaturą .....</b>                                          | <b>305</b> |
| 6.1. Sformułowanie równań przemieszczeń .....                                            | 305        |
| 6.2. Rozwiązania równań dla płyt z okładzinami grubymi .....                             | 313        |
| 6.2.1. Siła osiowa $N$ rozciągająca .....                                                | 313        |
| 6.2.2. Siła osiowa $N$ ściskająca .....                                                  | 315        |
| 6.2.3. Płyta nieobciążona siłą osiową .....                                              | 318        |
| 6.3. Rozwiązania równań dla płyt z okładzinami cienkimi .....                            | 319        |
| 6.3.1. Siła osiowa $N$ rozciągająca .....                                                | 319        |
| 6.3.2. Siła osiowa $N$ ściskająca .....                                                  | 321        |
| 6.3.3. Płyta nieobciążona siłą osiową .....                                              | 322        |
| <b>Rozdział 7. Stateczność globalna .....</b>                                            | <b>323</b> |
| 7.1. Płyty z okładzinami grubymi .....                                                   | 323        |
| 7.2. Płyty z okładzinami cienkimi .....                                                  | 330        |
| <b>Rozdział 8. Drgania poprzeczne .....</b>                                              | <b>335</b> |
| 8.1. Równania ogólne .....                                                               | 335        |
| 8.2. Zagadnienie własne dla płyty jednoprzęsłowej z okładzinami cienkimi .....           | 337        |
| 8.3. Zagadnienie własne dla płyty jednoprzęsłowej z okładzinami grubymi .....            | 346        |
| 8.4. Drgania swobodne płyty jednoprzęsłowej .....                                        | 351        |
| 8.5. Drgania wymuszone przez obciążenie rozłożone prostopadłe do płaszczyzny płyty ..... | 356        |
| 8.6. Drgania wymuszone przez obciążenie skupione prostopadłe do płaszczyzny płyty .....  | 361        |
| 8.7. Drgania wymuszone ruchem podpór prostopadłym do płaszczyzny płyty .....             | 363        |



|                                                                                           |                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <b>Rozdział 9. Elementy reologii .....</b>                                                | <b>365</b>     |
| 9.1. Wstęp .....                                                                          | 365            |
| 9.2. Model reologiczny rdzenia i równania ogólne.....                                     | 366            |
| 9.3. Zastępczy moduł ścinania rdzenia.....                                                | 369            |
| 9.4. Parametry modelu reologicznego .....                                                 | 374            |
| 9.5. Ogólne zasady obliczania płyt warstwowych z uwzględnieniem pełzania rdzenia.....     | 376            |
| <br><b>Rozdział 10. Wybrane przykłady liczbowe .....</b>                                  | <br><b>377</b> |
| 10.1. Parametry obliczeniowe przykładowych płyt.....                                      | 377            |
| 10.1.1. Płyta z okładzinami grubymi .....                                                 | 377            |
| 10.1.2. Płyta z okładzinami cienkimi.....                                                 | 378            |
| 10.2. Ugięcie w środku rozpiętości od obciążenia równomiernie rozłożonego.....            | 380            |
| 10.2.1. Płyta z okładzinami grubymi .....                                                 | 380            |
| 10.2.2. Płyta z okładzinami cienkimi.....                                                 | 381            |
| 10.3. Przemieszczenia z uwzględnieniem pełzania rdzenia .....                             | 382            |
| 10.4. Ugięcie w środku rozpiętości od obciążenia temperaturą.....                         | 384            |
| 10.4.1. Płyta z okładzinami grubymi .....                                                 | 384            |
| 10.4.2. Płyta z okładzinami cienkimi.....                                                 | 385            |
| 10.5. Obliczenie siły krytycznej.....                                                     | 386            |
| 10.6. Obliczenie częstości drgań własnych.....                                            | 388            |
| 10.7. Rozwiązania liczbowe dla płyty z okładzinami grubymi.....                           | 389            |
| 10.7.1. Obciążenie równomiernie rozłożone $q$ , siła osiowa rozciągająca $N = 10$ kN..... | 389            |
| 10.7.2. Obciążenie równomiernie rozłożone $q$ , siła osiowa $N = 10$ kN ściskająca .....  | 391            |
| 10.7.3. Obciążenie równomiernie rozłożone $q$ , siła osiowa $N = 0$ .....                 | 393            |
| <br>Dodatek: Funkcja skoku jednostkowego, delta Diraca i obciążenia nieciągłe.....        | <br>396        |
| <br>Tablice.....                                                                          | <br>405        |
| <br>Literatura.....                                                                       | <br>409        |