

Spis treści

Słowo wstępne	XIII
Podziękowania	XVII

I Podstawy: układy wielocząstkowe jako gazy kwantowe	1
1. Przedmiot rozważań i podstawowe własności kwantowe: omówienie jakościowe	3
1.1. Czym zajmuje się ta dziedzina?	3
1.1.1. Uwaga: emergentność w prawach Przyrody	5
1.2. Kwantowa natura gazu bozonów i fermionów	6
1.3. Skąd bierze się gaz idealny? (opis jakościowy)	7
1.4. Elementarna mechanika kwantowa: „wyprowadzenie” równania Schrödingera i kwantowanie stanów w gazie idealnym	9
1.5. Kwantowanie geometryczne wektora falowego (pędu) fal materii i wybór warunków brzegowych	13
1.6. Gęstość stanów jednocząstkowych w gazie idealnym	17
1.7. Podział cząstek na bozony i fermiony	20
1.8. Uwaga: uogólnienie koncepcji symetrii względem przestawień cząstek	22
1.9. Uzupełnienie: gęstość stanów dla d -wymiarowego gazu	23
1.10. Uwaga o koherencji kwantowej nieoddziałujących cząstek i fizycznej realizowalności symetrii względem przestawień pary cząstek	24
1.11. Przypomnienie: skala atomowa	26
2. Gaz idealny fermionów: podstawowe charakterystyki i ograniczenia	28
2.1. Energia Fermiego i podstawowe własności fizyczne	28
2.1.1. Uwaga: mały wkład gazu elektronowego do ciepła właściwego	31
2.2. Granica niezależności cząstek	32
2.3. Kryterium lokalizacji Motta–Wignera	33
2.4. Wpływ ruchów termicznych na własności gazu fermionów – elementarne oszacowania	35
2.4.1. Ciepło właściwe	35
2.4.2. Rozpraszanie elektronów wskutek ich wzajemnego oddziaływania	36
2.5. Spinowa podatność magnetyczna: paramagnetyzm Pauliego	38

2.6.	Uzupełnienie 1: liniowy współczynnik ciepła właściwego dla dowolnej zależności ϵ_k od masy efektywnej m^*	41
2.7.	Uzupełnienie 2: własności magnetyczne układu niezależnych spinów zlokalizowanych	42
2.8.	Uwaga: granica spinów klasycznych	43
3.	Rozkład statystyczny Fermiego–Diraca dla gazu fermionów w temperaturze $T \geq 0$	45
3.1.	Gęstość stanów i energia układu dla $T = 0$: podejście ogólne	45
3.2.	Rozkład statystyczny Fermiego–Diraca	47
3.3.	Energia wewnętrzna i entropia gazu fermionów	52
3.4.	Gaz Fermiego cząstek dla $T > 0$	53
3.5.	Uzupełnienie 1*: rozwiniecie niskotemperaturowe dla fermionów o dowolnej gęstości stanów	55
3.6.	Uzupełnienie 2*: wyprowadzenie rozkładu Fermiego bez odniesienia się do wzoru Stirlinga	59
3.7.	Uzupełnienie 3*: jednolite wyprowadzenie rozkładów Fermiego–Diraca i Bosego–Einsteina	60
4.	Gazy kwantowe w działaniu: fermiony	63
4.1.	Ciekły ^3He oraz ^4He : kanoniczny przypadek cieczy fermionów i bozonów	63
4.2.	Ciekły ^3He jako gaz kwantowy	65
4.3.	Relatywistyczny gaz fermionów w astrofizyce	67
4.3.1.	Biały karzeł	68
4.3.2.	Pulsar jako kula gazowa neutronów	69
4.3.3.	Jonizacja helu w białym karle jako przejście Motta	69
4.4.	Elektrony w metalu jako gaz idealny fermionów	70
4.5.	Statystyka elektronów i dziur w półprzewodniku samoistnym	70
4.6.	Statystyka elektronów w półprzewodnikach domieszkowanych: korekta rozkładu Fermiego–Diraca	75
4.7.	Korekta rozkładu Fermiego dla podwójnie obsadzonych donorów/akceptorów	78
4.7.1.	Uwaga: donory dwuelektronowe	79
4.7.2.	Statystyka stanów akceptorowych	80
5.	Własności gazu bozonów i kondensacja Bosego–Einsteina	82
5.1.	Statystyka kwantowa cząstek bezmasowych: fotony i fonony – wyprowadzenie kwaziklasyczne w obu przypadkach	82
5.1.1.	Uwaga historyczna	83
5.1.2.	Średnia liczba kwantów w stanie równowagi termodynamicznej	84
5.1.3.	Gęstość stanów energii drgań	86
5.1.4.	Uwaga 1: niestosowność koncepcji ciągłego rozkładu promieniowania	87
5.1.5.	Własności termodynamiczne gazu bozonów bezmasowych	88
5.2.	Drgania harmoniczne sieci monoatomowej i ich kwantowanie	90
5.2.1.	Uwaga 2: wybór rozwiązania w postaci fal płaskich	92
5.2.2.	Uwaga 3: drgania w przybliżeniu ośrodka ciągłego	92
5.2.3.	Uwaga 4: kwantowanie drgań sieci – fonony (ujęcie jakościowe)	93

5.2.4.	Przypomnienie: pierwsza strefa Brillouina dla fal sieciowych raz jeszcze	93
5.3.	Drgania sieci dwuatomowej naprzemiennej	94
5.3.1.	Uwaga 5: gęstość stanów fononowych dla łańcucha monoatomowego	96
5.3.2.	Uwaga 6: uogólnienie drgań sieci na trzy wymiary przestrzenne	97
6.	Gazy kwantowe w działaniu: bozony	98
6.1.	Rozkład Bosego–Einsteina dla cząstek materialnych	98
6.2.	Gaz idealny bozonów – termodynamika	100
6.3.	Kondensacja Bosego–Einsteina w gazie idealnym	102
6.4.	Dokładniejsza analiza wzoru (6.23) na liczbę cząstek	106
6.5.	Równanie falowe dla słabo oddziałującego skondensowanego gazu Bosego	107
6.6.	Kondensat atomowy w pułapce atomowej	109
6.7.	Uzupełnienie 1: kwantowanie poziomów energetycznych oscylatora harmonicznego	112
6.8.	Uzupełnienie 2: kwantowanie drgań harmonicznycy sieci atomowej – podejście formalne	115
7.	Dynamika kwaziklasyczna elektronów w gazie: przewodnictwo elektryczne i klasyczny efekt Halla	118
7.1.	Opór elektryczny: definicje, podstawowe własności	118
7.2.	Oporność właściwa: kilka charakterystyk (jakościowych)	120
7.2.1.	Przykład: Cu (1 elektron przewodnictwa na atom)	120
7.3.	Uwagi o oporze elektrycznym	121
7.4.	Dynamika ruchu elektronów w polach E i B	121
7.5.	Klasyczny efekt Halla	123
7.5.1.	Interpretacja klasycznego efektu Halla	124
7.6.	Przewodnictwo zależne od częstości	125
7.7.	Uzupełnienie 1: oszacowanie temperaturowej zależności oporności elektrycznej	127
8.	Elektrony w silnym polu magnetycznym	129
8.1.	Kwantowanie Landaua poziomów cząstki w polu magnetycznym	129
8.2.	Gęstość stanów dla poziomów Landaua	133
8.3.	Transport ładunku w gazie dwuwymiarowym – uwagi ogólne	134
8.4.	Kwantowy efekt Halla	137
8.5.	Diamagnetyzm Landaua gazu elektronowego	140
8.6.	Efekt de Haasa–van Alphen dla gazu dwuwymiarowego: granica silnego pola magnetycznego	143
8.7.	Uzupełnienie 1: pęd całkowity cząstki o ładunku q w polu magnetycznym	148
8.8.	Ważna uwaga: niezgodność funkcji falowej dla cząstek w gazie dla $H_a = 0$ ze stanami Landaua dla $H_a \neq 0$	148
8.9.	Uwagi końcowe do części I	149
II	Własności jednoczątkowe na sieci: ciała stałe	151
9.	Funkcje falowe Blocha elektronu w sieci krystalicznej (prostej)	153
9.1.	Twierdzenie Blocha	153

9.2. Warunki brzegowe dla funkcji Blocha: kwantowanie $\mathbf{k}$ i jego interpretacja . . .	157
9.2.1. Interpretacja 1: $\hbar\mathbf{k}$ jako kwazipęd	158
9.2.2. Interpretacja 2: liczba stanów w strefie Brillouina i w paśmie	159
9.3. Uzupełnienie 1: sumy sieciowe	160
9.4. Uzupełnienie 2: sieć odwrotna formalnie	161
9.5. Równanie falowe Blocha w przestrzeni odwrotnej	163
10. Funkcje Wanniera i przybliżenie ciasnego wiązania	164
10.1. Funkcje Wanniera	164
10.2. Uzupełnienie 1: przejście do bazy Wanniera jako transformacja unitarna i jej komplementarność do bazy Blocha	165
10.3. Przybliżenie ciasnego wiązania dla pojedynczego pasma	166
10.4. Uwaga: intuicyjna konstrukcja funkcji Blocha i Wanniera	168
10.5. Konkretny przykład 1: stany typu $1s$ w kryształach na sieci kwadratowej	172
10.6. Uwaga 1: wybór poziomu odniesienia liczenia energii cząstek w pasmach oraz asymptotyczne zachowanie parametrów	174
10.7. Konkretny przykład 2: topologia powierzchni Fermiego dla sieci kwadratowej	175
10.8. Cząstki i dziury	176
10.9. Ogólna postać funkcji Wanniera dla pojedynczego pasma	177
11. Model Kroniga–Penneya i studnie kwantowe	179
11.1. Równanie falowe i warunki brzegowe	180
11.2. Analiza rozwiązania modelu	182
11.2.1. Zadanie	184
11.3. Interpretacja modelu Kroniga–Penneya: studnie potencjału	186
11.4. Uzupełnienie: równanie Mathieu	187
12. Ogólne własności pasmowych stanów jednocząstkowych i sieci atomowych	188
12.1. Masa efektywna jako tensor	188
12.2. Symetria względem inwersji przestrzennej	189
12.3. Symetria względem odwrócenia w czasie	190
12.4. Hamiltonian z oddziaływaniem spin–orbita w pierwszym przybliżeniu: równanie Pauliego	190
12.5. Ogólny hamiltonian dla pojedynczego elektronu w ciele stałym	191
12.5.1. Uwaga 1: oddziaływanie spin–orbita typu Rashby	191
12.5.2. Uwaga 2: nietrywialna postać sfery Fermiego dla cząstek z oddziaływaniem Rashby	192
12.6. Klasyfikacja ciał stałych i typy wiązań chemicznych (dyskusja jakościowa)	193
12.7. Sieć i struktura krystaliczna: symetria struktur	200
12.7.1. Sieci Bravais’go	200
12.7.2. Do czego potrzebna jest symetria sieci?	203
12.8. Uwaga końcowa: stany pasmowe ze stanów atomowych raz jeszcze	204

13. Grafen jako przykład układu kwantowego ściśle dwuwymiarowego	206
13.1. Struktura elektronowa grafenu: charakterystyki ogólne	207
13.2. Relacja dyspersji w przybliżeniu ciasnego wiązania	209
13.3. Relacja dyspersji dla sieci plastra miodu w pobliżu punktów Diraca	212
13.4. Uzupełnienie: modelowanie grafenu jako układu bezmasowych fermionów	214
13.5. Uwagi końcowe do części II	215
 III Układy oddziałujących cząstek: ciecze kwantowe, spontaniczne złamanie symetrii, przejścia fazowe i własności kolektywne	217
14. Koncepcja kwazicząstki i wzbudzenia kolektywnego: teoria Landaua cieczy Fermiego	219
14.1. Pojęcie kwazicząstki	219
14.2. Teoria fenomenologiczna Landaua cieczy fermionów	222
14.3. Własności fizyczne cieczy Fermiego – podsumowanie	224
15. Magnetyzm jako stan kolektywny spinów atomowych	228
15.1. Elementarne podsumowanie	228
15.2. Oddziaływanie wymienne według Diraca	229
15.2.1. Uwaga 1: oddziaływanie wymienne a pole efektywne (molekularne)	233
15.2.2. Uwaga 2: spontaniczne złamanie symetrii a fluktuacje kwantowe	233
15.2.3. Uwaga 3: proste oszacowanie temperatury krytycznej dla spinów Isinga	234
15.3. Równanie dynamiczne momentu magnetycznego i fale spinowe	235
15.3.1. Ciekawa interpretacja	238
15.4. Fale spinowe w izolatorze ferromagnetycznym: podejście kwantowe*	239
15.5. Fale spinowe w izolatorze antyferromagnetycznym*	245
15.6. Magnetyzm spinowy: przybliżenie pola średniego i teoria Landaua	252
15.6.1. Koncepcja pola wymiennego i równanie na magnetyzację	253
15.6.2. Niejednorodne pole wymienne i fluktuacje: przybliżenie ośrodka ciągłego	255
15.6.3. Formalna równoważność rozwinięcia Landaua i przybliżenia średniego pola dla $T \rightarrow T_c$	257
15.6.4. Teoria Landaua ferromagnetycznych przejść fazowych	260
15.6.5. Teoria pola średniego dla dwóch podsieci antyferromagnetycznych	263
15.6.6. Ważna uwaga końcowa	265
16. Magnetyzm zdelokalizowanych elektronów: model Hubbarda	266
16.1. Model Hubbarda: omówienie jakościowe	267
16.2. Uzupełnienie*: formalne wyprowadzenie modelu Hubbarda w reprezentacji II kwantowania	272
16.3. Wydzielenie części atomowej energii w modelu Hubbarda	275
16.4. Trzy podstawowe obszary fizyczne	276
16.5. Energia pasmowa cząstek: stan paramagnetyczny	278
16.6. Energia całkowita w przybliżeniu niezależnych cząstek: kryterium lokalizacji Motta–Hubbarda jakościowo	281
16.7. Kryterium dynamiczne lokalizacji w obrazie niezależnych cząstek (jakościowo)	282
16.8. Moment magnetyczny średni i lokalny	284

16.9. Kryterium Stonera i stan ferromagnetyczny jako stan o spontanicznie złamanej symetrii	284
17. Nadprzewodnictwo: teoria BCS	289
17.1. Pojedyncza para Coopera	290
17.1.1. Uwaga 1: funkcja falowa pary Coopera	293
17.1.2. Uwaga 2: para Coopera w reprezentacji II kwantowania	294
17.1.3. Uwaga 3: oszacowanie rozmiaru pary Coopera	295
17.1.4. Uwaga 4: zgrubne oszacowanie rozmiaru pary Coopera dla nadprzewodnika wysokotemperaturowego	295
17.2. Teoria Bardeena–Coopera–Schrieffera (BCS)	296
17.2.1. Hamiltonian modelu z przyciągającym oddziaływaniem parującym	296
17.2.2. Kwazicząstki Bogoliubowa i równanie samouzgodnione na przerwę nadprzewodzącą $\Delta_{\mathbf{k}}$	300
17.2.3. Równanie samouzgodnione na przerwę izotropową Δ	303
17.2.4. Korekta rozkładu wyjściowego Fermiego–Diraca w stanie nadprzewodzącym	304
17.2.5. Energia stanu skondensowanego i inne charakterystyki dla $T = 0$ — oszacowania analityczne	306
17.2.6. Oszacowanie przerwy Δ dla temperatur $T = 0$ oraz $T = T_s$	306
17.2.7. Temperaturowa zależność przerwy i rozwinięcie Landaua	308
17.2.8. Gęstość stanów kwazicząstkowych	310
17.2.9. Energia swobodna i ciepło właściwe przy $T \rightarrow T_s - 0$	312
17.2.10. Krytyczne spojrzenie na teorię BCS	314
18. Makroskopowa funkcja falowa: teoria Ginzburga–Landaua	318
18.1. Krótkie podsumowanie	318
18.2. Makroskopowa funkcja falowa jako parametr porządku	319
18.3. Minimalizacja funkcjonau $\mathcal{F}_s \{ \Psi(\mathbf{r}), \mathbf{A}(\mathbf{r}); T \}$	320
18.3.1. Równanie Ginzburga–Landaua	321
18.4. Elementarna dyskusja równania Ginzburga–Landaua	323
18.4.1. Wnikanie pola magnetycznego do nadprzewodnika	323
18.4.2. Przestrzenie jednorodne rozwiązanie dla parametru porządku	325
18.4.3. Przestrzenie niejednorodny profil parametru porządku i długości koherencji	325
18.4.4. Kwantowanie strumienia w pierścieniach nadprzewodzących	327
18.4.5. Efekt Meissnera–Ochsenfelda: przybliżony obraz makro	329
18.4.6. Interpretacja mikroskopowa makroskopowej funkcji falowej w teorii pola	330
19. Model Hubbarda II: lokalizacja Motta–Hubbarda i prawie zlokalizowana ciecz Fermiego	333
19.1. Lokalizacja Motta–Hubbarda: dyskusja elementarna dla $T = 0$	333
19.2. Interpretacja stanów skorelowanych w kategoriach stanów kwazicząstkowych	337
19.3. Termodynamiczne własności prawie zlokalizowanych fermionów i przejście Motta–Hubbarda dla niezerowej temperatury	340
19.4. Rozwinięcie niskotemperaturowe w najniższym rzędzie dla prawie zlokalizowanej cieczy Fermiego	341

19.5. Przejście nieciągłe Motta–Hubbarda dla niezerowej temperatury i punkty krytyczne	343
19.6. Efekty fizyczne w polu magnetycznym: podatność magnetyczna, spinowo zależne masy, metamagnetyzm*	346
19.6.1. Podatność magnetyczna blisko lokalizacji: $n = 1$	346
19.6.2. Spinowo rozszczepione masy: $n \neq 1$	349
19.6.3. Interpretacja mas zależnych od kierunku spinu	352
19.7. Znaczenie koncepcyjne i doświadczalne przejścia Motta–Hubbarda (metal–izolator) dla fizyki	353
19.7.1. Trójtlenek wanadu: $(V_{1-x}Cr_x)_2O_3$	353
19.7.2. Lokalizacja Motta w innych układach fizycznych	356
19.7.3. Bozony w sieci optycznej	358
19.7.4. Metamagnetyzm prawie zlokalizowanych fermionów	359
19.8. Wnioski	360
20. Silnie skorelowane fermiony: oddziaływanie kinetycznej wymiany i nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe	362
20.1. Rola oddziaływania wymiennego: uwagi ogólne	362
20.2. Oddziaływanie kinetycznej wymiany dla izolatorów Motta–Hubbarda	363
20.3. Kinetyczna wymiana i model $t-J$ w przypadku ogólnym (I)	365
20.3.1. Uogólnienie: rozszerzony model Hubbarda	369
20.4. Model $t-J$ (II): parowanie w przestrzeni rzeczywistej	370
20.4.1. Ogólne własności parowania w przestrzeni rzeczywistej	371
20.4.2. Interpretacja nadprzewodzącego parowania w modelu $t-J$	374
20.5. Nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe: model $t-J$	376
20.5.1. Charakterystyki ogólne nadprzewodników wysokotemperaturowych	376
20.5.2. Model $t-J$ (III): Od teorii do eksperymentu (omówienie)	380
20.5.3. Interpretacja wyników teoretycznych otrzymanych w przybliżeniu SGA	382
20.5.4. Model Hubbarda: systematyczne rozwinięcie diagramatyczne dla funkcji Gutzwillera (omówienie)	385
20.5.5. Model $t-J$ (IV): wyjście poza przybliżenie pola średniego	389
20.5.6. Model $t-J-U$ i jego porównanie z eksperymentem	392
20.7. Modele Hubbarda, $t-J$ oraz ich rozszerzenie w krótkiej perspektywie	395
20.8. Czego brakuje w opisie niekonwencjonalnego nadprzewodnictwa?	397
21. Epilog	399

Uzupełnienia **405**

A. Drugie kwantowanie dla fermionów – podsumowanie	407
A.1. Reprezentacja liczb obsadzeń	408
A.2. Operatory i elementy macierzowe w reprezentacji II kwantowania	412
A.3. Spinorowa reprezentacja operatorów pola	414
A.4. Przykłady operatorów w reprezentacji II kwantowania	415
A.4.1. Operator liczby cząstek	415
A.4.2. Operator gęstości cząstek	416

A.4.3.	Operator spinu — pierwszy przykład nietrywialnego zastosowania reprezentacji spinorowej	416
A.4.4.	Operator kwadratu długości operatora spinu	417
A.5.	Dynamika i ogólne własności operatorów pola	419
A.5.1.	Równanie Heisenberga i interpretacja operatora pola	419
A.6.	Lokalna oś kwantowania spinu	421
A.7.	Stany dwucząstkowe: singlet i tryplet spinowy – ćwiczenia	422
A.8.	Przykłady wyrażeń na wielkości fizyczne	424
A.8.1.	Operator pędu układu N cząstek	424
A.8.2.	Hamiltonian nieoddziałujących cząstek	425
B.	Modele w reprezentacji II kwantowania	428
B.1.	Ogólna postać hamiltonianu w II kwantowaniu	428
B.2.	Model orbitalnie zdegenerowanych fermionów	432
B.3.	Model sieci Andersona i granica sieci Kondo (model s - d)	434
C.	Zasadnicze elementy fizyki statystycznej wykorzystane w tekście – uwagi głównie metodologiczne	437
C.1.	Uwaga o rozkładzie Boltzmanna	437
C.2.	Rozkład kanoniczny (Gibbsa)	438
C.3.	Duży rozkład kanoniczny	440
C.4.	Założenia teorii Landaua przejść fazowych	442
C.5.	Kwantowe przejścia fazowe	446
C.5.1.	Funkcjonał Landaua–Hertza	447
D.	Transformacja kanoniczna modelu Hubbarda w model t-J	450
E.	Fundamentalne własności układów nanoskopowych: krótkie podsumowanie	454
E.1.	Własności układów nano na przykładzie	454
E.2.	Od nano do makro: emergentna funkcjonalność	459
	Wykaz literatury	461
	Skorowidz	469
	Źródła zdjęć	476