

# Spis treści

|                                                                           |            |
|---------------------------------------------------------------------------|------------|
| Przedmowa.....                                                            | 7          |
| <b>I Arytmetyka finansowa** .....</b>                                     | <b>11</b>  |
| 1. Aksjomatyczny model akumulacji kapitału** .....                        | 12         |
| 2. Oprocentowanie proste* .....                                           | 17         |
| 2.1. Oprocentowanie stałe* .....                                          | 17         |
| 2.2. Oprocentowanie zmienne* .....                                        | 19         |
| 2.3. Wartość należna* .....                                               | 21         |
| 3. Oprocentowanie złożone* .....                                          | 22         |
| 3.1. Struktura terminowa forward w pełni nieregularna* .....              | 24         |
| 3.2. Regularna struktura terminowa forward* .....                         | 28         |
| 4. Struktura terminowa spot** .....                                       | 35         |
| <b>II Wartość bieżąca netto – przypadek stałej stopy spot .....</b>       | <b>45</b>  |
| 1. Wartość bieżąca netto – dyskusja definicji** .....                     | 46         |
| 2. Zmienność wartości bieżącej netto** .....                              | 52         |
| 3. Wypukłość wartości bieżącej netto** .....                              | 60         |
| 4. Rozproszenie wartości bieżącej netto .....                             | 63         |
| <b>III Dynamiczna ocena projektów inwestycyjnych .....</b>                | <b>67</b>  |
| 1. Ocena projektu inwestycyjnego** .....                                  | 67         |
| 2. Porównywanie pary projektów inwestycyjnych** .....                     | 79         |
| 2.1. Przypadek równoważnych wydatków i równych czasów życia** .....       | 80         |
| 2.2. Przypadek równoważnych wydatków i różnych czasów życia** .....       | 82         |
| 2.3. Przypadek nierównoważnych wydatków i równych czasów życia** .....    | 84         |
| 2.4. Przypadek nierównoważnych wydatków i różnych czasów życia** .....    | 87         |
| 3. Projekty Pareto optymalne** .....                                      | 88         |
| 3.1. Porównania wielokryterialne** .....                                  | 90         |
| 3.2. Metoda PROMETHEE** .....                                             | 94         |
| 4. Heurystyczne wybory projektów inwestycyjnych – przykład** .....        | 98         |
| <b>IV. Podstawowe modele deterministyczne matematyki finansowej .....</b> | <b>109</b> |
| 1. Model jednookresowy* .....                                             | 110        |
| 1.1. Równania różnicowe* .....                                            | 110        |
| 1.2. Równania różniczkowe* .....                                          | 115        |
| 1.3. Szacowanie struktur terminowych** .....                              | 118        |
| 2. Model wielookresowy* .....                                             | 121        |
| 2.1. Równania różnicowe* .....                                            | 122        |

|                                                                 |            |
|-----------------------------------------------------------------|------------|
| 2.2. Równania różniczkowe*                                      | 127        |
| 2.3. Szacowanie struktur terminowych**                          | 130        |
| 3. Szacowanie krzywych terminowych**                            | 136        |
| 3.1. Aproksymacja krzywych terminowych**                        | 137        |
| 3.2. Interpolacja krzywych terminowych**                        | 143        |
| <b>V Wartość bieżąca netto – przypadek zmiennej stopy spot</b>  | <b>149</b> |
| 1. Wartość bieżąca netto – uogólnienie definicji**              | 149        |
| 2. Ocena projektu inwestycyjnego**                              | 152        |
| 3. Zmienność wartości bieżącej netto**                          | 157        |
| 3.1. Elastyczność względna – model Babbła**                     | 162        |
| 3.2. Elastyczność względna – model monotonicznego spadku**      | 164        |
| 3.3. Elastyczność względna – model addytywny**                  | 166        |
| 3.4. Elastyczność względna – model multiplikatywny**            | 167        |
| 3.5. Elastyczność względna – uogólniony model addytywny**       | 168        |
| 3.6. Elastyczność względna – uogólniony model multiplikatywny** | 169        |
| 4. Inwestycje z gęstym nośnikami przepływów finansowych         | 170        |
| <b>VI Modele deterministyczne portfeli</b>                      | <b>181</b> |
| 1. Wartość bieżąca netto – dalsze uogólnienia definicji**       | 182        |
| 2. Liniowa przestrzeń portfelowa**                              | 186        |
| 3. Ocena ryzyka inwestycji portfelowych**                       | 191        |
| 4. Konstrukcja portfela**                                       | 193        |
| 5. Zarządzanie portfelem inwestycji regularnych**               | 195        |
| 6. Zarządzanie regularnym portfelem inwestycji**                | 204        |
| 7. Jednookresowy model portfela**                               | 206        |
| 8. Wielookresowy model portfela**                               | 212        |
| <b>VII Immunizacja portfela</b>                                 | <b>219</b> |
| 1. Ogólny model immunizacji portfela**                          | 220        |
| 2. Strategie immunizacyjne**                                    | 230        |
| 2.1. Addytywna strategia immunizacyjna Khanga**                 | 230        |
| 2.2. Multiplikatywna strategia immunizacyjna Khanga**           | 236        |
| 2.3. Wielomianowa strategia immunizacyjna**                     | 243        |
| <b>VIII Podstawowe modele losowe matematyki finansowej</b>      | <b>251</b> |
| 1. Ogólny model inwestycji obciążonej ryzykiem*                 | 253        |
| 2. Model jednookresowy – ruchy arytmetyczne*                    | 258        |
| 2.1. Procesy dyskretne*                                         | 258        |
| 2.2. Procesy ciągłe*                                            | 263        |
| 2.3. Inwestycje z szumem addytywnym**                           | 265        |
| 3. Model wielookresowy – ruchy pseudogeometryczne*              | 268        |
| 3.1. Procesy dyskretne*                                         | 269        |
| 3.2. Procesy ciągłe*                                            | 274        |
| 3.3. Inwestycje z szumem multiplikatywnym**                     | 275        |

|                                                                                                   |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4. Model wielookresowy – ruchy geometryczne*                                                      | 278        |
| 4.1. Procesy dyskretne*                                                                           | 279        |
| 4.2. Procesy ciągle*                                                                              | 280        |
| <b>IX Gaussowskie modele matematyki finansowej</b>                                                | <b>283</b> |
| 1. Arytmetyczny ruch Browna*                                                                      | 284        |
| 2. Inwestycje obciążone szumem addytywnym**                                                       | 285        |
| 3. Pseudogeometryczny ruch Browna*                                                                | 288        |
| 4. Inwestycje obciążone szumem multiplikatywnym**                                                 | 289        |
| 5. Geometryczny ruch Browna*                                                                      | 292        |
| 6. Model Blacka-Scholsa**                                                                         | 294        |
| <b>X Portfele obciążone gaussowskim szumem addytywnym</b>                                         | <b>299</b> |
| 1. Krzywa Markowitza**                                                                            | 300        |
| 2. Linia rynku kapitałowego**                                                                     | 304        |
| 3. Model CAPM I rodzaju**                                                                         | 309        |
| 4. Model APT**                                                                                    | 316        |
| 5. Kryteria zarządzania portfelem**                                                               | 320        |
| 5.1. Kryterium Sharpe'a**                                                                         | 321        |
| 5.2. Kryterium Jensena**                                                                          | 322        |
| 5.3. Kryterium Treynora**                                                                         | 323        |
| <b>XI Portfele obciążone gaussowskim szumem multiplikatywnym</b>                                  | <b>325</b> |
| 1. Krzywa Markowitza**                                                                            | 325        |
| 2. Hiperbola rynku kapitałowego**                                                                 | 331        |
| 3. Model CAPM II rodzaju**                                                                        | 335        |
| 4. Kryteria zarządzania portfelem**                                                               | 339        |
| 4.1. Kryterium Sharpe'a**                                                                         | 340        |
| 4.2. Kryterium typu Jensena**                                                                     | 341        |
| 4.3. Kryterium typu Treynora**                                                                    | 342        |
| <b>XII Niegaussowskie kryteria zarządzania portfelem</b>                                          | <b>345</b> |
| 1. Kryteria dominacji stochastycznej**                                                            | 346        |
| 1.1. Dominacja stochastyczna I stopnia**                                                          | 347        |
| 1.2. Dominacja stochastyczna II stopnia**                                                         | 348        |
| 1.3. Dominacja stochastyczna III stopnia**                                                        | 349        |
| 2. Kryteria parametrów rozkładu**                                                                 | 349        |
| 3. Kryteria prymatu bezpieczeństwa**                                                              | 351        |
| 3.1. Kryterium Roya**                                                                             | 352        |
| 3.2. Kryterium Kataoki**                                                                          | 353        |
| 3.3. Kryterium Telsera**                                                                          | 354        |
| 4. Wskaźniki ryzyka**                                                                             | 355        |
| <b>XIII Optymalizacja portfela obciążonego ryzykiem</b>                                           | <b>359</b> |
| 1. Optymalizacja syntetycznego instrumentu dłużnego**                                             | 360        |
| 2. Optymalizacja portfela obciążonego ryzykiem wartości przyszłej – przypadek szumu addytywnego** | 363        |

|                                                                                                               |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3. Jednoczynnikowy model APT w optymalizacji portfela** .....                                                 | 371        |
| 4. Optymalizacja portfela obciążonego ryzykiem wartości przyszłej – przypadek szumu multiplikatywnego** ..... | 373        |
| <b>Posłowie</b> .....                                                                                         | <b>383</b> |
| <b>Dodatki</b> .....                                                                                          | <b>385</b> |
| A. Lemat o addytywnej funkcji monotonicznej* .....                                                            | 385        |
| B. Makroekonomiczne ujęcie stopy nominalnej* .....                                                            | 386        |
| C. Pewna metoda wyznaczania modeli różniczkowych* .....                                                       | 387        |
| D. Interpolacja za pomocą funkcji <i>spline</i> * .....                                                       | 388        |
| E. Deterministyczne modele portfela – dowody wybranych tez* .....                                             | 391        |
| E.1. Uzasadnienie tożsamości (VI.1.10) .....                                                                  | 392        |
| E.2. Uzasadnienie tożsamości (VI.1.16) .....                                                                  | 393        |
| E.3. Uzasadnienie tożsamości (VI.7.6) .....                                                                   | 393        |
| E.4. Uzasadnienie tożsamości (VI.7.18) .....                                                                  | 394        |
| E.5. Uzasadnienie tożsamości (VI.8.6) .....                                                                   | 395        |
| E.6. Uzasadnienie tożsamości (VI.8.13) .....                                                                  | 395        |
| E.7. Uzasadnienie tożsamości (VI.8.19) .....                                                                  | 396        |
| E.8. Uzasadnienie zależności (VII.1.28) .....                                                                 | 397        |
| E.9. Uzasadnienie zależności (VII.2.21) i (VII.2.22) .....                                                    | 397        |
| F. Ruchy Levy'ego* .....                                                                                      | 400        |
| G. Trajektoria $\alpha$ -stabilnego ruchu pseudogeometrycznego* .....                                         | 403        |
| H. Problem Markowitza i twierdzenie Tobina – dowody tez* .....                                                | 405        |
| J. Model CAPM I rodzaju – dowód* .....                                                                        | 412        |
| K. Model Mayersa – dowód* .....                                                                               | 413        |
| L. Model CAPM II rodzaju – dowód* .....                                                                       | 417        |
| M. Koszty zarządzania portfelem – wybrane problemy** .....                                                    | 421        |
| M.1. Koszt pojedynczej transakcji wymiany aktywów** .....                                                     | 421        |
| M.2. Koszt przebudowy portfela** .....                                                                        | 422        |
| M.3. Minimalizacja kosztów transformacji portfela jako kryterium optymalizacji** .....                        | 426        |
| <b>Bibliografia</b> .....                                                                                     | <b>429</b> |