

Spis treści

1. Wprowadzenie	1
1.1. Wstęp	1
1.2. Teoria kontinuum	2
1.3. Wybrane elementy logiki matematycznej i rachunku zdań	5
2. Podstawowe zagadnienia z algebry i analizy tensorowej	11
2.1. Struktury algebraiczne	12
2.1.1. Przestrzeń liniowa	14
2.1.2. Iloczyn tensorowy przestrzeni wektorowych	18
2.1.3. Przestrzeń euklidesowa punktowa $\mathcal{E}_3$	21
2.1.4. Układy współrzędnych kartezjańskich	22
2.2. Działania na tensorach	25
2.2.1. Dodawanie tensorów o tej samej walencji	26
2.2.2. Iloczyn zewnętrzny tensorów o dowolnej walencji	26
2.2.3. Kontrakcja – zwężenie tensora	27
2.2.4. Nasunięcie tensorów – proste i pełne	28
2.2.5. Potęga tensora drugiego rzędu	31
2.2.6. Tensor odwrotny. Pojęcie wyznacznika tensora	31
2.2.7. Symetria i antysymetria tensora o dowolnej walencji	32
2.2.8. Symbol permutacyjny	35
2.3. Tensory jako operatory liniowe	37
2.3.1. Tensory o walencji 2 jako afinory	38
2.3.2. Tensory ortogonalne	40
2.3.3. Tensory o dowolnej walencji jako operatory liniowe	41
2.4. Tensory symetryczne drugiego rzędu	41
2.4.1. Niezmienniki, wartości główne i kierunki główne	43
2.4.2. Twierdzenie o rozkładzie widmowym (spektralnym) tensora	44
2.4.3. Twierdzenie Cayleya–Hamiltona	45
2.4.4. Rozkład biegunowy (polarny) tensora	47

2.5.	Grupa symetrii tensora	49
2.5.1.	Grupy symetrii tensorów drugiego rzędu	49
2.5.2.	Grupy symetrii tensorów o dowolnej walencji	51
2.6.	Funkcje tensorowe	52
2.6.1.	Przykłady funkcji tensorowych	53
2.6.2.	Grupy symetrii funkcji tensorowych	56
2.6.3.	Twierdzenia o symetrii przyczyn i skutków	57
2.6.4.	Podstawowe twierdzenia o reprezentacji dla funkcji tensorowych izotropowych	58
2.6.5.	Wzór Sylvestra–Lagrange’a	62
2.6.6.	Funkcje tensorowe anizotropowe	65
2.7.	Pola tensorowe	68
2.7.1.	Różniczkowanie pól tensorowych	70
2.7.2.	Całkowanie pól tensorowych	76
2.8.	Współrzędne krzywoliniowe	78
2.8.1.	Lokalna baza i kobaza. Macierz metryczna	80
2.8.2.	Współrzędne kontra- i kowariantne	82
2.8.3.	Różniczkowanie względem zmiennych przestrzennych w układach współrzędnych krzywoliniowych	83
3.	Opis ruchu i deformacji	89
3.1.	Analiza ruchu ośrodka ciągłego	89
3.1.1.	Konfiguracja ciała w przestrzeni fizycznej	90
3.1.2.	Opis materialny i opis przestrzenny	93
3.1.3.	Pochodna materialna. Obiekty materialne	96
3.1.4.	Ruch ustalony. Ruch sztywny	100
3.1.5.	Pojęcia używane przy opisie ruchu ośrodka	101
3.2.	Miary deformacji i odkształcenia	102
3.2.1.	Gradient deformacji. Tensory deformacji	102
3.2.2.	Zmiana objętości i powierzchni obiektów materialnych w procesie deformacji	104
3.2.3.	Rozkład biegunowy tensora gradientu deformacji. Tensory rozciągnięcia	107
3.2.4.	Względne wydłużenie. Zmiana długości infinitezimalnego włókna materialnego	108
3.2.5.	Kąt odkształcenia postaciowego	110

3.2.6.	Tensory odkształcenia. Gradient przemieszczenia	112
3.2.7.	Inne miary odkształcenia	115
3.2.8.	Zmiana konfiguracji odniesienia	116
3.2.9.	Różne warianty aproksymacji miar odkształcenia. Tensory małych odkształceń	119
3.3.	Gradient prędkości	123
3.3.1.	Tensor prędkości deformacji	124
3.3.2.	Spin materialny. Wektor wiru	128
3.3.3.	Warunki nierozdzielności	132
3.3.4.	Ruch płaski	133
3.3.5.	Związek miar odkształcenia z tensorem prędkości deformacji	134
3.4.	Opis ruchu i deformacji we współrzędnych krzywoliniowych . .	137
4.	Stan naprężenia	147
4.1.	Oddziaływania w ośrodkach ciągłych	147
4.1.1.	Masa ciała	148
4.1.2.	Siły i momenty masowe	149
4.1.3.	Siły i momenty powierzchniowe	150
4.2.	Wektor i tensor naprężenia	151
4.2.1.	Wektor naprężenia	152
4.2.2.	Tensor naprężenia	153
4.2.3.	Lokalne równania równowagi	156
4.3.	Własności lokalne tensora naprężenia	158
4.3.1.	Niezmienniki podstawowe tensora naprężenia. Naprężenia główne	158
4.3.2.	Pełne naprężenie styczne	161
4.3.3.	Główne naprężenia styczne	163
4.3.4.	Dewiator naprężenia	164
4.3.5.	Wektor naprężenia w płaszczyźnie oktaedrycznej	166
4.3.6.	Stan naprężenia jednoosiowy i płaski	167
4.3.7.	Miary wyężenia	167
4.4.	Miary naprężenia na konfiguracji odniesienia	169
4.4.1.	Pierwszy tensor Pioli–Kirchhoffa	169
4.4.2.	Drugi tensor Pioli–Kirchhoffa	171

4.4.3.	Równania równowagi w opisie materialnym	173
4.5.	Wielkości sprzężone	174
5.	Podstawowe prawa fizyki	177
5.1.	Zasada zachowania masy	177
5.2.	Zasada zachowania pędu	180
5.3.	Zasada zachowania momentu pędu	181
5.4.	Zasada zachowania energii mechanicznej	183
5.5.	Zasada prac wirtualnych	184
5.6.	Termodynamika ośrodków ciągłych	186
5.6.1.	Pierwsze prawo termodynamiki. Prawo bilansu energii	187
5.6.2.	Nierówność Clausiusa–Duhema	191
5.7.	Zasady zachowania na powierzchni nieciągłości	195
6.	Elementy teorii równań konstytutywnych	199
6.1.	Zasady konstytutywne	202
6.2.	Czasoprzestrzeń fizyki klasycznej	203
6.3.	Wielkości obiektywne. Postulat materialnej obiektywności . . .	211
6.3.1.	Zasada obiektywności	212
6.3.2.	Obiektywność a niezmienniczość	212
6.3.3.	Pochodne obiektywne	215
6.4.	Wybrane zagadnienia z analizy wymiarowej i teorii podobieństwa	221
6.4.1.	Twierdzenie II	223
6.4.2.	Kryteria podobieństwa	227
6.5.	Fizykalna i geometryczna liniowość i nieliniowość	228
6.5.1.	Ośrodki izotropowe	229
6.5.2.	Efekty Poyntinga i Kelvina	230
6.5.3.	Teorie przybliżone	233
7.	Jednowymiarowe modele ośrodków ciągłych	235
7.1.	Modele jednoparametrowe	236
7.2.	Modele dwuparametrowe	237
7.3.	Modele wieloparametrowe	243

8. Ciecze Stokesa	245
8.1. Ciecze idealne	249
8.1.1. Równanie falowe	254
8.1.2. Równanie gazodynamiki	257
8.1.3. Twierdzenia o wirach	259
8.1.4. Płaskie płynięcie cieczy nieściśliwej	263
8.2. Ciecze lepkie Newtona	265
8.2.1. Ciecze lepkie quasi-liniowe	267
8.2.2. Równania warstwy przyściennej	269
8.2.3. Kryteria podobieństwa przepływów cieczy lepkiej	272
9. Ośrodki sprężyste	279
9.1. Liniowa teoria sprężystości	279
9.1.1. Rozkład spektralny tensora sztywności	285
9.1.2. Projektory ortogonalne	287
9.1.3. Moduły Kelvina	290
9.1.4. Indeksy strukturalne	292
9.1.5. Sprężyste stałe materiałowe	294
9.1.6. Grupy symetrii anizotropowych ciał liniowo sprężystych	298
9.1.7. Anizotropowe ciała sprężyste z więzami	302
9.1.8. Rozkład izotropowy (harmoniczny) przestrzeni tensorów typu Hooke'a	305
9.1.9. Izotropowe ośrodki sprężyste	309
9.1.10. Twierdzenia ekstremalne	314
9.1.11. Fale sprężyste	318
9.1.12. Propagacja fal sprężystych w ośrodkach anizotropowych	321
9.1.13. Liniowa teoria termosprężystości	324
9.2. Nieliniowa teoria sprężystości	327
9.2.1. Materiały hipersprężyste	327
9.2.2. Materiały sprężyste w sensie Cauchy'ego	335
9.2.3. Materiały hiposprężyste	336
9.3. Płaskie tensory Hooke'a	338
9.3.1. Symetryczne tensory płaskie drugiego rzędu	338
9.3.2. Symetryczne tensory płaskie czwartego rzędu	346

10. Ośrodki plastyczne	353
10.1. Ośrodki izotropowe	355
10.1.1. Warunki wyężenia dla ciał izotropowych	358
10.1.2. Teoria plastycznego pływnięcia	369
10.1.3. Teoria deformacyjna dla ośrodków plastycznych	376
10.1.4. Teoria poślizgu dla ośrodków plastycznych	377
10.2. Warunki wyężenia dla anizotropowych ciał sprężystych	378
10.2.1. Warunek wyężenia Burzyńskiego	380
10.2.2. Stany naprężenia energetycznie niezależne	381
10.2.3. Główny rozkład energii sprężystej	385
10.2.4. Rozkład spektralny tensora stanu granicznego $\mathbf{H}$	388
10.2.5. Rozkład energetycznie ortogonalny tensora stanu granicznego $\mathbf{H}$	390
10.2.6. Zastosowanie rozkładu energetycznie ortogonalnego do materiałów o różnych symetriach	394
10.3. Zagadnienia płaskie dla ciał idealnie plastycznych	402
11. Ośrodki reologiczne i sypkie	407
11.1. Ośrodki reologiczne	407
11.1.1. Liniowe modele ciał lepkosprężystych	407
11.1.2. Modele pełzania	409
11.1.3. Modele pełzania ustalonego	411
11.1.4. Modele pełzania nieustalonego	415
11.1.5. Modele zniszczenia	418
11.2. Ośrodki sypkie	421
11.2.1. Warunki stanu granicznego	423
11.2.2. Teoria plastycznego pływnięcia dla ośrodków sypkich	427
11.2.3. Modele ośrodka sypkiego dla przepływów płaskich	429
12. Zakończenie	433
Bibliografia	435
Skorowidz	455