

SPIS RZECZY

Przedmowa	5
ROZDZIAŁ I. ELEMENTY LOGIKI MATEMATYCZNEJ	
§ 1. Wstęp	7
1. Matematyka teorią dedukcyjną	7
2. Pojęcia pierwotne	7
§ 2. Rachunek zdań	8
1. Funktory	8
2. Tautologie	11
3. Reguły wnioskowania	12
4. Interpretacja funktorów zdaniowych	13
§ 3. Funkcje zdaniowe i kwantyfikatory	13
1. Funkcje zdaniowe	13
2. Kwantyfikatory	15
3. Tautologie rachunku kwantyfikatorów	17
§ 4. Rachunek zbiorów	18
1. Wstęp	18
2. Działania na zbiorach	19
3. Produkt kartezjański	20
§ 5. Relacje i funkcje	22
1. Pojęcie relacji	22
2. Relacje równoważności	23
3. Zasada abstrakcji	24
4. Funkcje	25
5. Układ relacji. Funkcja wektorowa	25
6. Funkcje odwracalne	27
7. Równoliczność zbiorów	27
§ 6. Wprowadzenie do algebry Boole'a	32
1. Cel i zastosowania algebry Boole'a	32
2. Układ aksjomatów algebry Boole'a	32
3. Podstawowe twierdzenia algebry Boole'a	33
4. Algebra dwuelementowa	34
Pytania kontrolne	37
ROZDZIAŁ II. FUNKCJE RZECZYWISTE JEDNEJ ZMIENNEJ RZECZYWISTEJ	
§ 7. Własności zbioru liczb rzeczywistych	38
1. Aksjomatyczne wprowadzenie liczb rzeczywistych	38
2. Podstawowe własności zbioru liczb rzeczywistych	39
3. Oś liczbową	40

§ 8. Wykres funkcji. Funkcja odwrotna. Funkcje złożone	41
1. Wykres funkcji	41
2. Funkcja odwrotna	44
3. Funkcje cyklometryczne	47
4. Funkcja złożona	51
5. Funkcje elementarne	52
§ 9. Wielomiany, funkcje wymierne i funkcje niewymierne	53
1. Wielomiany	53
2. Funkcje wymierne	55
3. Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste	57
4. Przykłady rozkładania funkcji wymiernej na ułamki proste	59
5. Funkcje algebraiczne niewymierne	61
§ 10. Granica funkcji	62
1. Przestrzeń metryczna	62
2. Otoczenie, sąsiedztwo i punkt skupienia zbioru	64
3. Granica funkcji	66
4. Przypadek funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej	68
5. Granica funkcji w nieskończoności	70
6. Granica lewostronna i granica prawostronna	71
7. Granice niewłaściwe	72
8. Własności granicy funkcji	73
9. Własności granicy w przypadku granic niewłaściwych	76
§ 11. Ciągi liczbowe	77
1. Definicje	77
2. Własności ciągów	78
3. Przykłady ciągów	79
4. Zbieżność ciągów monotonicznych	81
5. Ciągi $\{a_n\} = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\}$ i $\{b_n\} = \left\{ \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n} \right\}$	82
6. Przykłady ciągów dążących do e	83
§ 12. Ciągłość funkcji	85
1. Definicja ciągłości funkcji w punkcie	85
2. Przykłady badania ciągłości funkcji	87
3. Ciągłość sumy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych	88
4. Ciągłość funkcji złożonej	89
5. Ciągłość funkcji na przedziale	90
§ 13. Własności funkcji ciągłych	91
1. Podstawowe własności funkcji ciągłej na przedziale	91
2. Zastosowania	92
3. Ciągłość funkcji odwrotnej do funkcji ciągłej	95
§ 14. Funkcja wykładnicza	96
1. Własności potęgi a^w	96
2. Własności funkcji wykładniczej	97
3. Charakterystyczna własność funkcji wykładniczej e^x	99
4. Funkcja logarytmiczna	100
§ 15. Skale funkcyjne	101
1. Definicja skali funkcyjnej i jej związek z wykresem	101

2. Zastosowanie	103
3. Skala logarytmiczna	104
4. Suwak logarytmiczny	105
Pytania kontrolne	108

ROZDZIAŁ III. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ

§ 16. Pochodne funkcji	110
1. Definicja pochodnej	110
2. Obliczanie pochodnych na podstawie definicji	112
§ 17. Podstawowe wzory i twierdzenia o pochodnych	115
1. Wzory rachunkowe	115
2. Pochodna funkcji odwrotnej do danej i funkcji złożonej	118
3. Pochodna funkcji wykładniczej	124
4. Pochodna funkcji logarytmicznej	124
5. Pochodna funkcji x^a dla dowolnego a	126
§ 18. Pochodne jednostronne i niewłaściwe	132
1. Pochodne jednostronne	132
2. Pochodne niewłaściwe (nieskończone)	133
§ 19. Zastosowania geometryczne pochodnej	135
1. Styczna i normalna do krzywej	135
2. Różniczkowanie graficzne	139
§ 20. Funkcje hiperboliczne	140
1. Definicja, wykresy i własności funkcji hiperbolicznych	140
2. Funkcje odwrotne do funkcji hiperbolicznych	143
§ 21. Pochodne wyższych rzędów	146
§ 22. Pochodne funkcji określonych parametrycznie. Pochodna funkcji wektorowej	152
1. Pochodne funkcji określonych parametrycznie	152
2. Pochodna funkcji wektorowej argumentu skalarnego	154
§ 23. Różniczka funkcji	156
1. Definicja różniczki i sens geometryczny	156
2. Zastosowanie różniczki	158
3. Różniczki wyższych rzędów	160
§ 24. Ekstrema funkcji. Uogólnione twierdzenie o wartości średniej	162
1. Definicja ekstremum. Warunek konieczny	162
2. Uogólnione twierdzenie o wartości średniej (twierdzenie Cauchy'ego), twierdzenie Lagrange'a, twierdzenie Rolle'a	164
3. Wnioski z twierdzenia Lagrange'a	168
4. Warunki wystarczające istnienia ekstremum	170
5. Znajdowanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji na przedziale domkniętym. Zastosowania ekstremów	174
§ 25. Wzór Taylora i wzór Maclaurina	181
§ 26. Wklęsłość i wypukłość wykresu funkcji. Punkty przegięcia	187
1. Określenie wklęsłości i wypukłości wykresu	187
2. Punkty przegięcia	190

§ 27. Obliczanie granic wyrażeń nieoznaczonych. Reguła de L'Hospitala	194
1. Nieoznaczoności typu $\frac{0}{0}$ i $\frac{\infty}{\infty}$. Reguła de L'Hospitala	194
2. Nieoznaczoności typów: $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , 1^∞ , ∞^0	200
§ 28. Asymptoty wykresu funkcji $y=f(x)$	206
§ 29. Przybliżone rozwiązywanie równań	215
1. Uwagi wstępne	215
2. Metoda siecznych	216
3. Metoda stycznych (metoda Newtona)	219
§ 30. Badanie przebiegu funkcji. Wykresy funkcji	224
1. Badanie funkcji określonych wzorem $y=f(x)$	224
2. Uwagi o badaniu funkcji określonych parametrycznie	244
3. Krzywe we współrzędnych biegunowych	248
Pytania kontrolne	252

ROZDZIAŁ IV. WYZNACZNIKI

§ 31. Definicja i własności wyznaczników	255
1. Wprowadzenie	255
2. Definicja wyznacznika n -tego stopnia	258
3. Własności wyznaczników	260
4. Pochodna wyznacznika	265
§ 32. Zastosowanie wyznaczników do układów równań liniowych	267
1. Wzory Cramera	267
2. Układ jednorodny	269
3. Przypadek gdy $W=0$ i $\bigvee_{m \in N} (W_m \neq 0)$	270
4. Metoda Gaussa rozwiązywania układów równań liniowych	273
Pytania kontrolne	277

ROZDZIAŁ V. LICZBY ZESPOLONE I MACIERZE

§ 33. Arytmetyka liczb zespolonych	278
1. Definicja liczb zespolonych	278
2. Izomorfizm zbioru par $(x, 0)$ ze zbiorem liczb rzeczywistych	280
3. Jednostka urojona, postać kartezjańska liczb zespolonych	280
4. Postać trygonometryczna liczby zespolonej	282
5. Pierwiastkowanie liczb zespolonych	283
§ 34. Wielomiany zmiennej zespolonej	286
1. Miejsca zerowe wielomianów	286
2. Podstawowe twierdzenie algebry	289
3. Wielomiany o współczynnikach rzeczywistych	291
§ 35. Macierze	293
1. Działania na macierzach	293
2. Rząd macierzy	296
3. Specjalne macierze kwadratowe	297
4. Macierz odwrotna	298
5. Wielomian charakterystyczny macierzy i wartości własne macierzy	299

§ 36. Zastosowania macierzy do układów równań liniowych	303
1. Postać macierzowa układu równań liniowych	303
2. Ogólne układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capellego	304
Pytania kontrolne	308

ROZDZIAŁ VI. CAŁKA NIEOZNACZONA

§ 37. Określenia i wzory podstawowe	309
§ 38. Całkowanie przez podstawienie	313
§ 39. Całkowanie przez części	317
§ 40. Wzory rekurencyjne	321
§ 41. Całkowanie funkcji wymiernych	325
§ 42. Całkowanie funkcji niewymiernych	331
§ 43. Całkowanie funkcji trygonometrycznych	340
Pytania kontrolne	345
Skorowidz nazw	346