

Spis treści

Przedmowa	13
Część I. Teoria powłok	19
Rozdział 1. Podstawowe równania ogólnej mechaniki powłok	21
1.1. Podstawowe prawa i zależności mechaniki ośrodków ciągłych	21
1.1.1. Uwagi wstępne	21
1.1.2. Czasoprzestrzeń	23
1.1.3. Ośrodek ciągły	24
1.1.4. Zasady mechaniki ośrodków ciągłych	26
1.1.5. Ruch ośrodka ciągłego	27
1.1.6. Klasyczna mechanika ośrodków ciągłych	28
1.1.7. Postulat i twierdzenie Cauchy'ego	31
1.2. Podstawowe koncepcje mechaniki powłok	32
1.2.1. Podejścia stosowane w teorii powłok	32
1.2.2. Podejście przyjęte w tej książce	33
1.2.3. Regularne ciało materialne typu powłoka	35
1.2.4. Powierzchnia podstawowa w konfiguracji odniesienia powłoki	37
1.2.5. Opis konfiguracji odniesienia ciała typu powłoka	39
1.3. Całkowe zasady mechaniki powłok	41
1.3.1. Ogólna postać przekrojowych zasad mechaniki powłok	41
1.3.2. Regularne podciało materialne typu powłoka	43
1.3.3. Gęstości masy, pędu i momentu pędu	44
1.3.4. Przekrojowe siły i momenty	45
1.3.5. Całkowe prawa mechaniki powłok	47
1.4. Lokalne równania ruchu i dynamiczne warunki uboczne	49
1.4.1. Konfiguracja odniesienia powierzchni podstawowej	49
1.4.2. Pola tensorowe na powierzchni	52
1.4.3. Powierzchniowe operatory różniczkowe	52
1.4.4. Krzywe osobliwe względem pól powierzchniowych	54
1.4.5. Twierdzenia całkowe dla pól powierzchniowych	57
1.4.6. Uogólnione twierdzenia całkowe	58
1.4.7. Opis ruchu powierzchni podstawowej powłoki	62
1.4.8. Lokalne prawa dynamiki	63

1.4.9.	Parametryczny opis powierzchni podstawowej powłoki	67
1.4.10.	Lokalne zasady dynamiki powłok we współrzędnych powierzchniowych	69
1.5.	Tożsamość całkowita i zasada pracy wirtualnej	70
1.5.1.	Podstawowy problem kinematyczny teorii powłok	70
1.5.2.	Konstrukcja tożsamości całkowitej	72
1.5.3.	Zasada pracy wirtualnej	77
1.6.	Kinematyka powłoki i kinematyczne warunki uboczne	79
1.6.1.	Prędkości rzeczywiste powłoki	79
1.6.2.	Chwilowe konfiguracje powłoki	80
1.6.3.	Rzeczywisty ruch powłoki	81
1.6.4.	Wektor przesunięcia i wektory kierunkowe	83
1.6.5.	Reprezentacja materialna pola prędkości obrotowej	84
1.6.6.	Wektory kierunkowe	85
1.6.7.	Kinematyczne warunki brzegowe	87
1.7.	Ogólna teoria odkształceń w powłokach	88
1.7.1.	Uwagi wstępne	88
1.7.2.	Geometria powierzchni podstawowej powłoki	89
1.7.3.	Geometria konfiguracji odniesienia powłoki	91
1.7.4.	Geometria konfiguracji aktualnej powłoki	93
1.7.5.	Lokalna deformacja powłoki	94
1.7.6.	Naturalne miary odkształceń powłoki	95
1.7.7.	Miary odkształceń i naprężeń powłoki w reprezentacji materialnej	99
1.7.8.	Przesunięcia i parametry obrotów	100
1.7.9.	Wyrażenia na prędkości obrotowe	102
1.7.10.	Zależności kinematyczne	103
1.8.	Przekrojowe wielkości dynamiczne	104
1.8.1.	Parametryczny opis konfiguracji odniesienia ciała typu powłoka	104
1.8.2.	Układy współrzędnych i zależności geometryczne	106
1.8.3.	Formalna reprezentacja trójwymiarowej deformacji powłoki	108
1.8.4.	Przekrojowe wielkości dynamiczne	109
1.8.5.	Tensory przekrojowych sił i momentów	111

Rozdział 2. Równania konstytutywne i zagadnienia szczegółowe **113**

2.1.	Równania konstytutywne mechaniki ośrodków ciągłych	113
2.1.1.	Istota równań konstytutywnych	113
2.1.2.	Procesy dynamiczne	114
2.1.3.	Podstawy teorii równań konstytutywnych	115
2.1.4.	Niektóre szczególne klasy materiałów	116
2.2.	Równania konstytutywne mechaniki powłok	118
2.2.1.	Uwagi wstępne	118
2.2.2.	Procesy dynamiczne w powłokach	119
2.2.3.	Ogólna postać równań konstytutywnych	120
2.2.4.	Powłoki z materiału prostego	121
2.2.5.	Powłoki sprężyste i hipersprężyste	123
2.2.6.	Szczególne warianty równań konstytutywnych	125

2.2.7.	Powłoki liniowo sprężyste	126
2.2.8.	Kinetyczne równania konstytutywne w mechanice powłok	127
2.3.	Zagadnienia początkowo-brzegowe powłok sprężystych	128
2.3.1.	Formułowanie zagadnień mechaniki powłok	128
2.3.2.	Konfiguracja odniesienia i opis ruchu powłoki	129
2.3.3.	Równania pola i warunki uboczne	130
2.3.4.	Równania mechaniki powłok w reprezentacji materialnej	132
2.4.	Podstawowe zależności we współrzędnych fizycznych	134
2.4.1.	Składowe fizyczne wektorowych i tensorowych pól na powierzchni	134
2.4.2.	Powierzchniowe operatory różniczkowe we współrzędnych fizycznych	135
2.4.3.	Geometria konfiguracji odniesienia powłoki	136
2.4.4.	Geometria konfiguracji aktualnej i składowe fizyczne miar odkształceń	138
2.4.5.	Lokalne równania ruchu we współrzędnych fizycznych	140
2.4.6.	Równania konstytutywne w składowych fizycznych	141
2.5.	Relacje między trój- a dwuwymiarowym modelowaniem powłok	142
2.5.1.	Uwagi ogólne	142
2.5.2.	Rozkłady przemieszczeń i naprężeń po grubości powłoki	143
2.5.3.	Formalna reprezentacja trójwymiarowej deformacji powłoki	144
2.5.4.	Lokalna deformacja ciała trójwymiarowego	146
2.5.5.	Lokalna deformacja ciała typu powłoka	147
2.5.6.	Wyrażenia na gęstości pędu i momentu pędu	150
2.5.7.	Przekrojowe siły i momenty w reprezentacji materialnej	153
2.6.	Przybliżenia w równaniach konstytutywnych	154
2.6.1.	Całkowita energia mechaniczna ciała typu powłoka	154
2.6.2.	Efektywna moc naprężeń	156
2.6.3.	Powłoki hypersprężyste	157
2.6.4.	Izotropowe powłoki hypersprężyste	160
2.6.5.	Zagadnienie semi-brzegowe	161
2.7.	Szczególne warianty mechaniki powłok	163
2.7.1.	Klasyczne hipotezy kinematyczne	163
2.7.2.	Więzy kinematyczne i reakcje więzów	165
2.7.3.	Uogólnienie klasycznych hipotez kinematycznych	166
2.7.4.	Całkowe prawa mechaniki	167
2.7.5.	Równania ruchu i dynamiczne warunki uboczne	170
2.7.6.	Zredukowane równania ruchu	173
2.7.7.	Kinematyka powłoki	175
2.7.8.	Równania konstytutywne powłok sprężystych	176
2.8.	Liniowa teoria powłok	177
2.8.1.	Natura teorii liniowej	177
2.8.2.	Założenia liniowej teorii powłok	179
2.8.3.	Zagadnienie początkowo-brzegowe liniowej teorii powłok	180
2.8.4.	Parametryczny opis liniowej teorii powłok	182
2.8.5.	Dyskusja	184

Rozdział 3. Złożone konstrukcje powłokowe	187
3.1. Podstawowe zależności nieliniowej mechaniki prętów	187
3.1.1. Pręty i konstrukcje prętowe	187
3.1.2. Całkowe zasady mechaniki prętów	189
3.1.3. Lokalne równania ruchu pręta i dynamiczne warunki uboczne	191
3.1.4. Kinematyka pręta	193
3.1.5. Opis deformacji i odkształceń pręta	194
3.1.6. Równania konstytutywne	195
3.1.7. Trójwymiarowa deformacja ciała prętopodobnego	195
3.2. Konstrukcje złożone i ich modelowanie	197
3.2.1. Uwagi ogólne	197
3.2.2. Nieregularne i złożone konstrukcje powłokowe	199
3.2.3. Modelowanie złożonych konstrukcji powłokowych	201
3.2.4. Krzywe osobliwe względem pól powierzchniowych	203
3.2.5. Zasada pracy wirtualnej przy osłabionych warunkach ciągłości	205
3.3. Dynamika powłok strukturalnych	208
3.3.1. Konfiguracja odniesienia powłoki strukturalnej	208
3.3.2. Ruch wielopłatowej powierzchni podstawowej i całkowe zasady mechaniki	210
3.3.3. Lokalne postacie zasad mechaniki	213
3.3.4. Lokalne postacie zasad mechaniki powłok strukturalnych	219
3.4. Kinematyka powłok strukturalnych	219
3.4.1. Tożsamość całkowita	219
3.4.2. Formalne przekształcenia	221
3.4.3. Zasada wariacyjna	224
3.4.4. Kinematyka powłoki strukturalnej	226
3.5. Równania konstytutywne i modelowanie połączeń powłokowych	228
3.5.1. Zestawienie podstawowych zależności	228
3.5.2. Ogólna struktura równań konstytutywnych	229
3.5.3. Kinematyczne połączenia sztywne	231
3.5.4. Dynamiczne połączenia sztywne	233
3.5.5. Połączenia odkształcalne	234
3.6. Statyka cienkich powłok strukturalnych	235
3.6.1. Uwagi wstępne	235
3.6.2. Postulaty i zasada pracy wirtualnej	236
3.6.3. Lokalne równania równowagi i warunki brzegowe	240
3.6.4. Warunki ciągłości na krzywej osobliwej	247
3.6.5. Nieregularności geometryczne	248
3.6.6. Połączenia odkształcalne	249
3.6.7. Połączenie sprężyste	250
3.6.8. Połączenie niesprężyste	251
3.7. Uprozczone warianty teorii cienkich sprężystych powłok strukturalnych	252
3.7.1. Równania konstytutywne teorii pierwszego przybliżenia	252
3.7.2. Powierzchniowe miary odkształceń	254
3.7.3. Klasyfikacja uproszczeń przy ograniczonych obrotach	255
3.7.4. Uproszczona teoria dużych/małych obrotów	256

3.7.5. Teoria umiarkowanych obrotów	261
3.7.6. Nieliniowa teoria powłok o małej wyniosłości	263

Część II. Metody obliczeniowe 267

Rozdział 4. Aspekty obliczeniowe w statyce i dynamice powłok 269

4.1. Słaba postać zasad zachowania	269
4.1.1. Uwagi wstępne	269
4.1.2. Przestrzeń konfiguracyjna	273
4.1.3. Wirtualne przemieszczenia	275
4.1.4. Wirtualne miary odkształceń	278
4.1.5. Notacja macierzowo-operatorowa	279
4.1.6. Zasada wirtualnych przemieszczeń	281
4.2. Parametryzacja i opis obrotów skończonych	282
4.2.1. Parametryzacja globalna	282
4.2.2. Parametryzacja lokalna	283
4.2.3. Zależności kinematyczne w funkcji parametrów obrotu	285
4.2.4. Wektory obrotu skończonego	286
4.2.5. Składanie obrotów	287
4.2.6. Zebrane zależności związane z opisem obrotu	288
4.3. Aproksymacja skończenie wymiarowa problemu ciągłego	292
4.3.1. Zadanie aproksymacji skończenie wymiarowej	292
4.3.2. Ogólna koncepcja interpolacji o ciągłości klasy C^0	293
4.3.3. Interpolacja klasy C^0 na grupie obrotów $SO(3)$	296
4.3.4. Interpolacja wektora wirtualnego obrotu	300
4.4. Iteracyjne rozwiązanie nieliniowych problemów statyki powłok	304
4.4.1. Linearyzacja zagadnienia początkowo-brzegowego	304
4.4.2. Technika sukcesywnej linearyzacji, metoda Newtona	310
4.4.3. Aktualizacja zmiennych	313
4.4.4. Główne aspekty implementacyjne procedury iteracyjnej	314
4.5. Metody kontynuacyjne w nieliniowych zagadnieniach statyki	315
4.5.1. Zadania metod kontynuacyjnych	315
4.5.2. Cel algorytmu obliczeniowego	316
4.5.3. Klasyfikacja punktów krytycznych	318
4.5.4. Wyznaczanie punktów bifurkacji techniką zaburzeń	321
4.5.5. Technika sterowania parametrem obciążenia	323
4.5.6. Technika sterowania parametrem przemieszczenia	323
4.5.7. Technika sterowania parametrem łuku	325
4.5.8. Kontrola procesu rozwiązania	326
4.5.9. Kontrola zbieżności procesu iteracyjnego	328
4.6. Wybrane problemy nieliniowej dynamiki konstrukcji	329
4.6.1. Uwagi wstępne	329
4.6.2. Metoda Newmarka, modelowe zadanie liniowe	332
4.6.3. Metoda Newmarka, modelowe zadanie nieliniowe	333
4.6.4. Uogólniony algorytm Newmarka całkowania na grupie obrotów	338

Rozdział 5. Metoda elementów skończonych	343
5.1. Elementy skończone w powłokach	343
5.1.1. Strategie formułowania elementów skończonych w powłokach	343
5.1.2. Płaskie elementy płytowo-tarczowe	344
5.1.3. Zakrzywione, trójparametrowe elementy wyższej precyzji typu Kirchhoffa-Love'a	345
5.1.4. Trójwymiarowe elementy bryłowe w analizie powłok	347
5.1.5. Zdegenerowane elementy powłokowe i pięcioparametrowe elementy typu Timoszenko-Reissnera	349
5.1.6. Blokada rozwiązań	354
5.1.7. Analiza nieregularnych powłok wielopłatowych	356
5.2. Przemieszczeniowe elementy skończone	364
5.2.1. Współrzędne fizyczne	364
5.2.2. Składowe fizyczne	366
5.2.3. Typowy element skończony	367
5.2.4. Interpolacja wektora wodzącego, funkcje kształtu	369
5.2.5. Interpolacja obrotów	370
5.2.6. Reguła transformacyjna	370
5.2.7. Dyskretyzacja skończenie elementowa	371
5.2.8. Węzłowe stopnie swobody, interpolacja pól podstawowych zmiennych kinematycznych	372
5.2.9. Macierze i wektory elementowe	376
5.2.10. Elementy Lagrange'owskie	378
5.2.11. Całkowanie numeryczne	380
5.2.12. Efekt blokady	381
5.2.13. Technika jednolicie zredukowanego całkowania	383
5.2.14. Formy pasożytnicze	384
5.2.15. Technika selektywnie zredukowanego całkowania	385
5.2.16. Procedury stabilizacji form pasożytniczych	385
5.2.17. Globalne równanie macierzowe	389
5.3. Mieszane modele elementów skończonych	390
5.3.1. Uwagi wstępne	390
5.3.2. Zasada zachowania całkowitej energii potencjalnej	390
5.3.3. Dwupolowa zasada wariacyjna, wariant naprężeniowy	391
5.3.4. Równania zlinearyzowane, wariant naprężeniowy	393
5.3.5. Aproksymacja skończenie elementowa, wariant naprężeniowy	394
5.3.6. Dwupolowa zasada wariacyjna, wariant odkształceniowy	396
5.3.7. Równania zlinearyzowane, wariant odkształceniowy	397
5.3.8. Aproksymacja skończenie elementowa, wariant odkształceniowy	398
5.3.9. Mieszane elementy skończone	400
5.3.10. Trójpolowa zasada wariacyjna typu Hu-Washizu	402
5.4. Częściowo mieszane modele elementów skończonych	403
5.4.1. Uwagi o częściowo mieszanych elementach powłokowych	403
5.4.2. Zmodyfikowana dwupolowa naprężeniowa zasada wariacyjna	404
5.4.3. Równania zlinearyzowane, wariant naprężeniowy	406
5.4.4. Aproksymacja skończenie elementowa, wariant naprężeniowy	407

5.4.5.	Zmodyfikowana dwupolowa odkształceniowa zasada wariacyjna	409
5.4.6.	Równania zlinearyzowane, wariant odkształceniowy	410
5.4.7.	Aproksymacja skończenie elementowa, wariant odkształceniowy	412
5.5.	Elementy powłokowe o dwustopniowej interpolacji odkształceń	413
5.5.1.	Uwagi wstępne	413
5.5.2.	Koncepcja niestandardowej interpolacji odkształceń	417
5.5.3.	Realizacja techniki dwustopniowej interpolacji odkształceń	418
5.5.4.	Algorytm dwustopniowej interpolacji odkształceń	419
5.6.	Inne modele elementów skończonych	420
5.6.1.	Zdegenerowane elementy powłokowe	420
5.6.2.	Niedostosowany prostokątny element płytowo-tarczowy klasy C^1 . . .	426
5.6.3.	Płaski trójwęzłowy element powłokowy DCT	429

Rozdział 6. Przykłady liczbowe 435

6.1.	Równania konstytutywne liniowo sprężystych powłok cienkich	435
6.1.1.	Uwagi wstępne	435
6.1.2.	Równania konstytutywne powłoki liniowo sprężystej	436
6.1.3.	Dyskusja relacji konstytutywnych	437
6.1.4.	Kinetyczne równania konstytutywne	439
6.2.	Katalog elementów skończonych, oznaczenia w przykładach	439
6.2.1.	Rodziny sześcioparametrowych elementów skończonych CAM, CAM- γ , ASC, MIX, SEM	439
6.2.2.	Elementy mieszane MIX i częściowo mieszane SEM	442
6.2.3.	Elementy wspomagające SEL, BOX, RING	443
6.2.4.	Oznaczenia wyników obliczeń	444
6.2.5.	Oznaczenia obciążeń	444
6.3.	Klasyczne przykłady testowe	445
6.3.1.	Uwagi wstępne	445
6.3.2.	Płyty utwardzone o różnym kącie ukosowania	445
6.3.3.	Utwardzony panel walcowy obciążony ciśnieniem	447
6.3.4.	Panel walcowy swobodnie podparty obciążony siłą	448
6.3.5.	Panel walcowy i płyta kwadratowa ściskane jednokierunkowo	450
6.3.6.	Pręt sprężysty w locie swobodnym bez udziału sił grawitacji	452
6.3.7.	Uwagi	454
6.4.	Skończone przemieszczenia konstrukcji typu belek	456
6.4.1.	Uwagi wstępne	456
6.4.2.	Wsporniki prosty i załamany, obciążone momentem lub siłą	456
6.4.3.	Stateczność wspornika płytowego obciążonego wzdłużnie i poprzecznie	459
6.4.4.	Wspornik płytowy załamany w planie obciążony siłą	461
6.4.5.	Wspornik zakrzywiony obciążony siłą	467
6.4.6.	Pierścień utwardzony obciążony liniowo	468
6.4.7.	Wirowanie taśmy obciążonej centralnie momentem	471
6.4.8.	Prostokątna ramka wspornikowa obciążona dynamicznie siłą prosto- padłą do planu	473
6.4.9.	Uwagi	475

6.5. Układy pseudoprętowe, szósty parametr teorii	476
6.5.1. Uwagi wstępne	476
6.5.2. Wspornik tarczowy o kształcie litery L obciążony w planie momentem skupionym	476
6.5.3. Wspornik o kształcie znaku zapytania obciążony na końcu siłą poprzeczną do planu	479
6.5.4. Skręcona o 90° belka wspornikowa obciążona siłą	483
6.5.5. Wirująca swobodnie tarcza obciążona momentem skupionym	490
6.5.6. Uwagi	491
6.6. Układy o dużej sztywności przestrzennej	492
6.6.1. Uwagi wstępne	492
6.6.2. Czasza o rzucie kwadratu swobodnie nieprzesuwnie podparta, obciążona siłą skupioną	493
6.6.3. Półsfera podparta przegubowo nieprzesuwnie obciążona radialnie	496
6.6.4. Sfera swobodna obciążona samozrównoważonym układem sił skupionych	499
6.6.5. Powłoka złożona z segmentów walca i stożka, drgania własne	503
6.6.6. Uwagi	507
6.7. Powłoki o dużej wiotkości, blokada i postaci pasożytnicze	508
6.7.1. Uwagi wstępne	508
6.7.2. Półsfera z otworem obciążona siłami samozrównoważonymi	508
6.7.3. Utwierdzona powłoka walcowa obciążona siłą	514
6.7.4. Swobodna powłoka cylindryczna obciążona parą sił samozrównoważonych	520
6.7.5. Swobodna powłoka paraboloidalno-hiperboliczna zginana parą momentów	525
6.7.6. Segment sfery z otworem w swobodnym locie bez udziału sił grawitacji	529
6.7.7. Uwagi	531
6.8. Konstrukcje wielopłatowe płytowo-powłokowe	532
6.8.1. Uwagi wstępne	532
6.8.2. Belka C-owa swobodnie podparta obciążona liniowo, wspornik C-owy z siłą na końcu	532
6.8.3. Dwuteowy wspornik obciążony siłą	540
6.8.4. Wspornik falisty wzmocniony żebrem i obciążony siłą	545
6.8.5. Stateczność skrętna dwuteownika bisymetrycznego	549
6.8.6. Panel płytowy w kształcie korytka	558
6.8.7. Rama płytowa	561
6.8.8. Skręcony wspornik teowy obciążony siłą	564
6.8.9. Powłoka falista wzmocniona żebrem w swobodnym locie bez udziału sił grawitacji	568
6.8.10. Skręcona powłoka o przekroju teowym w swobodnym locie bez udziału sił grawitacji	571
6.8.11. Uwagi	575