

Spis treści

Wstęp	9
0 Zbiory i funkcje liczbowe	11
0.1 Zbiór liczb rzeczywistych	11
0.2 Zbiory ograniczone	12
0.3 Kresy zbiorów	14
0.4 Funkcje – podstawowe określenia	16
0.5 Funkcje okresowe, parzyste i nieparzyste	19
0.6 Funkcje ograniczone	21
0.7 Funkcje monotoniczne	23
0.8 Złożenia funkcji	26
0.9 Funkcje odwrotne	28
0.10 Funkcje cyklometryczne	30
0.11 Funkcje elementarne	32
0.12 Niektóre funkcje nieelementarne	35
1 Ciągi liczbowe	38
1.1 Podstawowe określenia	38
1.2 Granice ciągów	43
1.3 Twierdzenia o granicach właściwych ciągów	47
1.4 Twierdzenia o granicach niewłaściwych ciągów	52
1.5 Granice dolna i górna ciągów	54
1.6 Punkty skupienia zbiorów*	55
2 Granice funkcji	57
2.1 Definicje ciągowe granic funkcji	57
2.2 Definicje otoczeniowe granic funkcji*	65
2.3 Twierdzenia o granicach właściwych funkcji	70
2.4 Twierdzenia o granicach niewłaściwych funkcji	72
2.5 Asymptoty funkcji	76

3	Funkcje ciągłe	79
3.1	Ciągłość funkcji	79
3.2	Nieciągłości funkcji	83
3.3	Działania na funkcjach ciągłych	85
3.4	Twierdzenia o funkcjach ciągłych	87
3.5	Jednostajna ciągłość funkcji*	90
4	Pochodne funkcji	94
4.1	Podstawowe pojęcia	94
4.2	Pochodne jednostronne i pochodne niewłaściwe	100
4.3	Twierdzenia o pochodnej funkcji	104
4.4	Różniczka funkcji	108
4.5	Pochodne wyższych rzędów	110
4.6	Pochodne funkcji wektorowych	112
5	Twierdzenia o funkcjach z pochodnymi	114
5.1	Twierdzenia o wartości średniej	114
5.2	Twierdzenia o granicach nieoznaczonych	119
5.3	Rozwinięcie Taylora funkcji	122
6	Badanie funkcji	125
6.1	Ekstrema funkcji	125
6.2	Funkcje wypukłe i wklęsłe	132
6.3	Punkty przegięcia wykresu funkcji	135
6.4	Badanie funkcji	139
6.5	Wykorzystanie praw fizyki do znajdowania ekstremów funkcji	139
7	Całki nieoznaczone	144
7.1	Funkcje pierwotne	144
7.2	Całki nieoznaczone	145
7.3	Twierdzenia o całkach nieoznaczonych	147
7.4	Całkowanie funkcji wymiernych	150
7.5	Całkowanie funkcji trygonometrycznych	153
7.6	Całkowanie funkcji z niewymiernościami	155
8	Całki oznaczone	157
8.1	Definicje i oznaczenia	157
8.2	Interpretacja geometryczna całki oznaczonej	159
8.3	Interpretacja fizyczna całki oznaczonej	161
8.4	Podstawowe twierdzenia	162
8.5	Metody obliczania całek oznaczonych	164
8.6	Własności całki oznaczonej	166
8.7	Twierdzenia podstawowe rachunku całkowego	171
8.8	Przybliżone metody obliczania całek*	174

9 Zastosowania całek oznaczonych	178
9.1 Zastosowania w geometrii	178
9.2 Zastosowania w fizyce	182
10 Przestrzenie metryczne*	185
10.1 Metryki	185
10.2 Kule w przestrzeniach metrycznych	190
10.3 Ciągi i funkcje w przestrzeniach metrycznych	192
Dowody wybranych twierdzeń i faktów	195
Dodatek	207
Tożsamości wykorzystywane w analizie	207
Nierówności wykorzystywane w analizie	208
Symbole sumy i iloczynu	209
Pochodne wyższych rzędów ważniejszych funkcji	210
Wzory Maclaurina dla niektórych funkcji elementarnych	210
Ważniejsze całki zawierające funkcje hiperboliczne	211
Całki ważniejszych funkcji trygonometrycznych	211
Ważniejsze całki z niewymiernościami	212
Strony internetowe o matematyce	212
Literatura	215
Odpowiedzi i wskazówki	217
Skorowidz	238