

# Spis treści

|                                                                                         |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Wprowadzenie</b>                                                                     | <b>1</b>  |
| <b>1 TEORIA POWŁOK NIEJEDNORODNYCH</b>                                                  | <b>13</b> |
| 1.1 Uwagi wstępne                                                                       | 13        |
| 1.2 Podstawowe związki i założenia                                                      | 14        |
| 1.3 Niejednorodność powłoki                                                             | 17        |
| 1.4 Równania wariacyjne                                                                 | 18        |
| 1.5 Równania ruchu                                                                      | 25        |
| 1.6 Warunki brzegowe i początkowe                                                       | 27        |
| 1.7 Sprowadzenie równań do postaci bezwymiarowej                                        | 28        |
| 1.8 Zmienne parametry sztywności                                                        | 29        |
| 1.9 Współczynnik sztywności giętej elementu powłoki                                     | 34        |
| 1.10 Funkcje uogólnione                                                                 | 36        |
| <b>2 NIESTATECZNOŚĆ STATYCZNA POWŁOK PROSTOKĄTNYCH</b>                                  | <b>41</b> |
| 2.1 Pojęcia podstawowe teorii stateczności sprężystej                                   | 41        |
| 2.2 Dwie podstawowe postacie kryterium energetycznego bifurkacyjnej utraty stateczności | 51        |
| 2.3 Metoda typu Bubnowa-Galerkina badania stateczności powłok                           | 57        |
| 2.3.1 Metoda podobszarów                                                                | 63        |
| 2.3.2 Metoda kolokacji                                                                  | 63        |
| 2.3.3 Metoda najmniejszych kwadratów                                                    | 64        |
| 2.3.4 Metoda momentów                                                                   | 64        |
| 2.3.5 Metoda Galerkina                                                                  | 65        |
| 2.3.6 Porównanie metod błędów wagowych                                                  | 67        |
| 2.3.7 Związki z innymi metodami                                                         | 70        |
| 2.3.8 Własności teoretyczne                                                             | 74        |
| 2.3.9 Zalety obliczeniowe metod Galerkina                                               | 78        |
| 2.3.10 Podsumowanie                                                                     | 79        |

|          |                                                                                              |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.4      | Metoda Bubnowa-Galerkina z przybliżeniami<br>wyższych rzędów i algorytm numeryczny . . . . . | 80         |
| 2.5      | Powłoki z dodatkami innych materiałów . . . . .                                              | 90         |
| 2.6      | Stateczność statyczna powłoki . . . . .                                                      | 91         |
| 2.7      | Centralny kwadratowy element niejednorodności . . . . .                                      | 94         |
| 2.8      | Centralny krzyżowy dodatek niejednorodności . . . . .                                        | 97         |
| 2.9      | Niejednorodność typu „perforacja” . . . . .                                                  | 98         |
| <b>3</b> | <b>DRGANIA POWŁOK PROSTOKĄTNYCH</b>                                                          | <b>101</b> |
| 3.1      | Liniowe i słabo nieliniowe drgania układów mechanicznych . . .                               | 101        |
| 3.2      | Drgania własne powłok niejednorodnych . . . . .                                              | 102        |
| 3.2.1    | Metoda rozwiązywania problemu . . . . .                                                      | 102        |
| 3.2.2    | Ocena otrzymanych wyników . . . . .                                                          | 106        |
| 3.3      | Nieliniowe drgania swobodne płyt i powłok . . . . .                                          | 113        |
| 3.3.1    | Metoda rozwiązywania zagadnienia . . . . .                                                   | 113        |
| 3.4      | Widmowa analiza rozwiązania . . . . .                                                        | 115        |
| 3.5      | Zbieżność metody . . . . .                                                                   | 127        |
| 3.6      | Widmowa analiza drgań swobodnych . . . . .                                                   | 129        |
| <b>4</b> | <b>DYNAMICZNA UTRATA STATECZNOŚCI POWŁOK PROSTOKĄTNYCH</b>                                   | <b>131</b> |
| 4.1      | Rodzaje dynamicznego wyboczenia . . . . .                                                    | 131        |
| 4.2      | Konstrukcje idealne . . . . .                                                                | 133        |
| 4.3      | Koncepcja stateczności układu w skończonym przedziale czasu .                                | 134        |
| 4.4      | Matematyczne modele układów drgających i układy dynamiczne                                   | 138        |
| 4.5      | Synchronizacja, chaos i quasi-okresowość . . . . .                                           | 142        |
| 4.6      | Bifurkacje statyczne i teoria katastrof . . . . .                                            | 145        |
| 4.7      | Katastrofa typu „zmarszczka” lub punkt graniczny . . . . .                                   | 148        |
| 4.8      | Katastrofa typu „fałda” lub bifurkacja symetryczna . . . . .                                 | 149        |
| 4.9      | Bifurkacje dynamiczne . . . . .                                                              | 150        |
| 4.10     | Kryteria dla praktycznych obliczeń . . . . .                                                 | 151        |
| 4.11     | Utrata stateczności powłok jednorodnych obciążanych poprzecznie                              | 152        |
| 4.11.1   | Realność otrzymywanych wyników . . . . .                                                     | 152        |
| 4.11.2   | Obciążenie krytyczne i parametr $k_x = k_y$ powłoki jednorodnej . . . . .                    | 156        |
| 4.12     | Utrata stateczności powłok niejednorodnych obciążanych poprzecznie . . . . .                 | 157        |
| 4.12.1   | Zależność obciążenia krytycznego od powierzchni elementu dodatkowego . . . . .               | 157        |
| 4.12.2   | Zależność obciążenia krytycznego od współczynnika sztywności elementu dodatkowego . . . . .  | 159        |

|          |                                                                                                          |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.12.3   | Zależność obciążenia krytycznego od liczby dodatków wzmacniających ułożonych wzdłuż jednego boku powłoki | 159        |
| 4.12.4   | Zależność obciążenia krytycznego od szerokości żebra                                                     | 161        |
| <b>5</b> | <b>STATECZNOŚĆ ZAMKNIĘTEJ POWŁOKI WALCOWEJ PODDANEJ DZIAŁANIU OSIOWO NIESYMETRYCZNEGO OBCIĄŻENIA</b>     | <b>163</b> |
| 5.1      | Równania ruchu                                                                                           | 163        |
| 5.2      | Wpływ imperfekcji na stateczność powłok                                                                  | 164        |
| 5.3      | Obciążenie pochodzące od przepływu typu wiatr                                                            | 170        |
| 5.4      | Zagadnienie statyczne                                                                                    | 171        |
| 5.5      | Dynamika                                                                                                 | 173        |
| <b>6</b> | <b>POWŁOKI KOMPOZYTOWE</b>                                                                               | <b>179</b> |
| 6.1      | Równania                                                                                                 | 179        |
| 6.2      | Stateczność statyczna powłok warstwowych                                                                 | 182        |
| 6.3      | Stateczność dynamiczna                                                                                   | 184        |
| <b>7</b> | <b>INTERAKCJA SPRĘŻYSTYCH POWŁOK I PORUSZAJĄCEJ SIĘ MASY</b>                                             | <b>187</b> |
| 7.1      | Drgania konstrukcji przy więzach jednostronnych nałożonych na ruchomą masę                               | 188        |
| 7.2      | Równanie ruchu kloca                                                                                     | 193        |
| 7.3      | Postać bezwymiarowa równań ruchu kloca                                                                   | 195        |
| 7.4      | Zagadnienie brzegowe i początkowe dla powłoki                                                            | 196        |
| 7.5      | Wysokość wzniosu                                                                                         | 198        |
| 7.6      | Drgania powłoki z więzami dwustronnymi nałożonymi na poruszającą się masę                                | 200        |
| 7.7      | Powłoka podczas zderzenia poprzecznego z ciałem sztywnym                                                 | 209        |
| 7.8      | Powłoka z obciążeniem poruszającym się ze stałą prędkością                                               | 212        |
| 7.9      | Powłoka z obciążeniem poruszającym się ruchem jednostajnie przyspieszonym                                | 219        |
| 7.10     | Powłoka z obciążeniem poruszającym się ruchem jednostajnie opóźnionym                                    | 221        |
| 7.11     | Wnioski                                                                                                  | 223        |
| <b>8</b> | <b>RUCH PŁYTY SZTYWNEJ PODCZAS ZABURZENIA TEMPERATUROWEGO</b>                                            | <b>225</b> |
| 8.1      | Wprowadzenie                                                                                             | 225        |
| 8.2      | Matematyczne sformułowanie problemu                                                                      | 228        |

|           |                                                                                                     |            |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 8.3       | Rozwiązanie zagadnienia przy użyciu metody transformacji Laplace'a . . . . .                        | 230        |
| 8.4       | Analiza procesu stacjonarnego . . . . .                                                             | 232        |
| 8.5       | Analiza procesu niestacjonarnego przy stałym współczynniku tarcia                                   | 234        |
| 8.5.1     | Analiza ruchu ciała podczas hamowania . . . . .                                                     | 235        |
| 8.5.2     | Analiza ruchu ciała podczas przyspieszenia . . . . .                                                | 236        |
| 8.6       | Analiza procesu niestacjonarnego przy zmiennym współczynniku tarcia . . . . .                       | 237        |
| <b>9</b>  | <b>SCENARIUSZE PRZEJŚCIA OD RUCHÓW HARMONICZNYCH DO CHAOTYCZNYCH</b>                                | <b>243</b> |
| 9.1       | Wprowadzenie historyczne . . . . .                                                                  | 243        |
| 9.2       | Scenariusz Landaua-Hopfa (LH) . . . . .                                                             | 245        |
| 9.3       | Scenariusz Ruella, Takensa i Newhousa (SRTN) . . . . .                                              | 247        |
| 9.4       | Scenariusz Feigenbauma (SF) . . . . .                                                               | 249        |
| 9.5       | Scenariusz Pomeau-Manneville'a (SPM) . . . . .                                                      | 251        |
| 9.6       | Synchronizacja częstości . . . . .                                                                  | 253        |
| <b>10</b> | <b>DYNAMIKA ZAMKNIĘTYCH PODATNYCH POWŁOK WALCOWYCH</b>                                              | <b>255</b> |
| 10.1      | Wprowadzenie . . . . .                                                                              | 255        |
| 10.2      | Równania podstawowe . . . . .                                                                       | 256        |
| 10.3      | Metoda Bubnowa-Galerkina i reprezentacja Fouriera . . . . .                                         | 259        |
| 10.4      | Zagadnienia statyczne teorii zamkniętych powłok walcowych . . . . .                                 | 265        |
| 10.5      | Dynamiczne zagadnienia teorii zamkniętych powłok walcowych . . . . .                                | 268        |
| 10.5.1    | Zbieżność reprezentacji Fouriera dla zagadnienia niestacjonarnego . . . . .                         | 268        |
| 10.5.2    | Dynamiczne kryteria utraty stateczności powłok walcowych                                            | 272        |
| 10.5.3    | Drgania zamkniętych powłok walcowych pod działaniem poprzecznego obciążenia harmonicznego . . . . . | 273        |
| 10.5.4    | Zależność charakteru drgań od szerokości wycinka obciążenia $\varphi_0$ . . . . .                   | 275        |
| 10.5.5    | Zależności charakteru drgań od liniowych wymiarów powłoki . . . . .                                 | 277        |
| 10.5.6    | Lokalna utrata stateczności . . . . .                                                               | 278        |
| 10.5.7    | Globalna utrata stateczności . . . . .                                                              | 279        |
| 10.5.8    | Scenariusze przejścia do chaosu przy zmianie parametru $\lambda$                                    | 281        |
| 10.5.9    | Scenariusz Feigenbauma w nieliniowej dynamice powłok walcowych . . . . .                            | 287        |
| 10.5.10   | Scenariusz Feigenbauma . . . . .                                                                    | 289        |
| 10.5.11   | Scenariusz Ruella-Takens-Feigenbauma . . . . .                                                      | 290        |

|                                                                                                                                            |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 10.5.12 Zmodyfikowany scenariusz Ruella-Takensa . . . . .                                                                                  | 293        |
| 10.5.13 Wnioski . . . . .                                                                                                                  | 295        |
| <b>11 STEROWANIE PRZESTRZENNO-CZASOWYM CHAOSEM POWŁOK WALCOWYCH</b>                                                                        | <b>297</b> |
| 11.1 Przegląd literatury . . . . .                                                                                                         | 297        |
| 11.2 Model matematyczny . . . . .                                                                                                          | 298        |
| 11.3 Metoda Bubnowa-Galerkina i przekształcenie Fouriera . . . . .                                                                         | 299        |
| 11.4 Sterowanie chaosem . . . . .                                                                                                          | 301        |
| 11.4.1 Wnioski . . . . .                                                                                                                   | 307        |
| <b>12 BADANIE DRGAŃ CHAOTYCZNYCH PODATNYCH PROSTOKĄTNYCH POWŁOK PRZY ZASTOSOWANIU METODY BUBNOWA-GALERKINA I METODY RÓŻNIC SKOŃCZONYCH</b> | <b>309</b> |
| 12.1 Równania podstawowe . . . . .                                                                                                         | 310        |
| 12.2 Metoda Bubnowa-Galerkina z wyższymi przybliżeniami . . . . .                                                                          | 312        |
| 12.3 Metoda różnic skończonych . . . . .                                                                                                   | 319        |
| 12.4 Porównanie wyników otrzymanych przy użyciu metody Bubnowa-Galerkina i metody różnic skończonych . . . . .                             | 322        |
| 12.5 Wnioski . . . . .                                                                                                                     | 325        |
| <b>Bibliografia</b>                                                                                                                        | <b>327</b> |